

Allegati

- A1. In aula con la LIM
- A2. Dinamicamente
- A3. Rispondere ai bisogni dello studente
- A4. La traduzione dei problemi dal linguaggio naturale al linguaggio dell'algebra
- A5. Aritmetica dei numeri interi e razionali
- A6. Risoluzione grafica di equazioni polinomiali con Derive
- A7. I luoghi geometrici con il software Open Source Geogebra

Tutto il materiale prodotto dal sottoscritto durante il corso di formazione 2012/13, compresi i precedenti allegati, è liberamente scaricabile dal mio sito

<http://www.matemagica.org>

Ordine di scuola: secondaria di II grado

Indicazioni per lo svolgimento dell'attività:

Il corsista analizzi il caso proposto visionando la documentazione e gli strumenti utilizzati. Elabori quindi una propria riflessione sulla realtà descritta: quali sono gli elementi che, a suo giudizio, hanno determinato il successo dell'esperienza? Quali gli elementi critici che avrebbero potuto compromettere il buon esito della sperimentazione? Si rapporti il contesto descritto alla propria realtà scolastica e al proprio ambito disciplinare. Sarebbe stato possibile sviluppare un percorso analogo di adozione e sperimentazione della LIM? Come avrebbe integrato e utilizzato la LIM nel proprio contesto in un'ottica di inserimento graduale e progressivo nella pratica didattica quotidiana?

A1-1

Premessa

Mi permetto di concludere il mio percorso da "neoassunto" scrivendo questo ultimo lavoro concedendomi la licenza di non seguire alla lettera le indicazioni proposte per questa attività. Siamo in Italia e purtroppo l'uso delle tecnologie informatiche e non, stenta a decollare in modo efficace e molti colleghi che si avvicinano con entusiasmo agli strumenti più recenti ed innovativi dopo poco tempo (e tanti vani tentativi...) desistono e continuano ad utilizzare i soliti strumenti tradizionali.

Con queste poche righe vorrei fare un po' il punto della situazione secondo il mio personalissimo punto di vista non da informatico (sarebbe troppo facile giustificare alcune scelte...) ma da "felice utente finale" che utilizza, quando ne ha la possibilità, tutto ciò che la tecnologia (e il buon senso...) mette a disposizione di noi insegnanti.

Incomincio con il proporre un elenco, sicuramente non esaustivo, delle ragioni del perché è importante e utile adoperare la tecnologia proposta in aula, senza dimenticare di riportare anche i risvolti negativi che una tale scelta potrebbe comportare...

uomo avvisato...

Prof. Baudo Corrado

Vantaggi	Svantaggi
Obbligare gli insegnanti ad aggiornarsi riguardo le nuove tecnologie, sia hardware che software (usare un proiettore, un pc,..un programma di scrittura, un foglio di calcolo,...) L'immediatezza del mezzo che rende la lezione frontale sicuramente più coinvolgente e meno noiosa La possibilità di costruire in tempo reale dei percorsi difficilmente realizzabili utilizzando gli strumenti tradizionali Enormi possibilità in fase di preparazione dei percorsi didattici rendendoli altamente personalizzabili da parte dei docenti durante la stesura e facilmente modificati e adattati dalle esigenze del momento direttamente in aula durante la lezione Possibilità di salvare il lavoro in qualsiasi momento, creando un vero e proprio "diario di bordo", per poi riprenderlo dallo stesso punto dal quale lo si era interrotto senza perdita di tempo e di materiali con indubbi vantaggi sulla continuità del percorso di apprendimento Possibilità di lavorare con uno strumento didattico molto potente come le <i>Mappe Concettuali</i> che, grazie all'uso della Lim, possono essere visualizzate e modificate in tempo reale durante la lezione Il materiale prodotto dall'insegnante e proposto durante le lezioni può essere distribuito in forma cartacea agli studenti, in forma digitale e utilizzato in normali tablet se in uso	L'uso della LIM se fatto in maniera "superficiale" potrebbe concorrere al fastidioso fenomeno cui tutti i docenti stanno assistendo: sempre più studenti non prendono più appunti durante le lezioni. Sapendo che le lezioni sono disponibili in diverse forme, non si sente più la necessità di scrivere, si preferisce "ascoltare"... Si salta così una fase estremamente importante e necessaria per il percorso di apprendimento: come una buona masticazione è il preludio ad una buona digestione, l'atto di prendere appunti rappresenta la prima fase che precede una corretta assimilazione durante il procedimento di rielaborazione Le enormi potenzialità ipertestuali offerte dal mezzo di ausilio all'insegnamento possono portare ad esagere con la "ricchezza" dei collegamenti che potrebbero confondere lo studente più debole Nonostante l'utilizzo di proiettori con ottiche "ultacorte", l'effetto ombra sulla superficie si percepisce ancora a meno di utilizzare proiettori estremamente costosi poco diffusi ancora nelle scuole; inoltre, trovandosi molto vicino all'area proiettata, la vista di colui che utilizza la Lim può affaticarsi più del dovuto... provare per credere ...

A1-2

Prof. Baudo Corrado

direttamente in classe oppure distribuito su supporti removibili (CD, chiavette, memory card,...) oppure collocato in rete per poter essere scaricato comodamente da casa a cura dello studente La possibilità di scambiarsi materiale prodotto immediatamente utilizzabile e comunque facilmente adattabile alle proprie esigenze senza ricostruire tutto dall'inizio, costruendo un database con incredibili possibilità di diffusione delle risorse ...	

A1-3

Personalmente quando ne ho la possibilità utilizzo la Lim durante le mie lezioni di matematica con grandi benefici sulla didattica. La possibilità di interagire direttamente con gli oggetti matematici in tempo reale durante una lezione sulle coniche piuttosto che sulla rappresentazione grafica di una funzione, studiandone dominio, limiti, andamento, segno,..., fare dei collegamenti con la storia della matematica giustificando concretamente questa o quella scelta che Archimede, Talete, Eulero,..., hanno preso durante i loro percorsi, rendono la lezione non solo meno noiosa e fumosa ma dà la possibilità di "vedere" ciò che accade sullo schermo stimolando molto spesso la curiosità degli studenti che diventano così protagonisti in classe. La lim è uno strumento di forte aggregazione se utilizzata correttamente; usata semplicemente come "proiettore" perde la sua natura interattiva e non ha più significato il suo impiego.

Per contro, pur non essendo un insegnante di materie umanistiche, posso solo immaginare una lezione preparata per la Lim durante la quale l'insegnante di italiano e storia dopo aver proiettato e letto alcuni passi della Divina Commedia, con un colpo di dita su un collegamento ipertestuale riprende un passo di recitazione di Benigni mentre commenta il passaggio appena letto in classe... un altro "click" e atterrare sui lavori di Antonio Manetti, umanista, architetto e matematico italiano che durante il periodo della Firenze rinascimentale cercò di ricostruire matematicamente l'Inferno...*Per molti anni il suo scopo fu quello di costruire una visione plausibile della struttura*

Prof. Baudo Corrado

dell'Inferno, completa di valori numerici per gli angoli e le dimensioni verticali e orizzontali dell' "infernale teatro"...

Quanti collegamenti con altre discipline,..arte, disegno, matematica,... Le lezioni possono essere completate, rivisitate, elaborate, distribuite, pubblicate...

A1-4

Conclusioni

Molti colleghi vedono l'utilizzo della Lim in classe non necessario... d'accordo se la vediamo come mezzo di insegnamento e non come uno dei tanti e possibili strumenti di AUSILIO all'insegnamento. La Lim non è e non deve essere la panacea di tutti i "mali dell'insegnamento", non deve e non è lo strumento innovativo e straordinario tanto decantato da molti... prima di dare una mia personale opinione al riguardo, vediamo che cos'è una Lim:

è composta da:

- Un pc
- Un proiettore (che se non fosse per l'ottica particolarmente corta in grado di riprodurre immagini di grosse dimensioni a brevissima distanza dall'obiettivo sarebbe un proiettore del tutto uguale a quelli che usiamo comunemente per proiettare diapositive o filmati)
- Una superficie bianca (la lavagna vera e propria) con la quale, a seconda delle varie tecnologie, si può interagire con opportune "penne" elettroniche o direttamente con le dita dell'utente

Quindi che cos'è questo "meraviglioso" strumento così innovativo da suscitare una così grande ammirazione quando se ne sente il nome?...è semplicemente l'ennesima interfaccia per un pc... in realtà è come se il pc fosse lo stuntman, la controfigura che fa il lavoro sporco, più rischioso e faticoso e la lavagna fosse l'attore protagonista che poi si prende i soldi e la fama...

Quando prepariamo le lezioni "per" la Lim usiamo un pc, quando le proiettiamo in aula e interagiamo con esse, ci occorre un software che risiede nel pc... "i comandi" impartiti con la lavagna, con le varie penne o le dita, vengono tradotti dal software che "gira" nel pc... Quando salviamo le nostre lezioni, utilizziamo l'hard disk del pc... Morale? Ai colleghi più titubanti suggerisco di imparare ad usare bene "il" o "i" programmi per preparare le lezioni e quello che "gestisce" l'apparato Lim... poi di entrare nelle loro aule e utilizzare a volontà la Lim come mezzo d'ausilio all'insegnamento senza timori reverenziali

Corso neoassunti

In aula con la LIM

2012/13

Prof. Baudó Corrado

perché a fare la lezione non è e non sarà mai una Lim ma il docente sempre e prima di tutto.

Buon lavoro a tutti

A1-5

Dinamicamente - Scheda allegata al laboratorio "DinamicaMente" (Scambio di risorse mediante siti dinamici)

Prof. Baudo Corrado

SITO VISITATO	STRUMENTI DI INTERAZIONE COLLABORATIVA RILEVATI (Forum, blog, piattaforme per corsi on line...)	EVENTUALI RISORSE PRELEVATE (Software, link, materiali didattici, notizie, tutorial...)	EVENTUALI RISORSE INVIATE (messaggistica, interventi forum, software, notizie, materiali didattici...)
Gran Caffè Scuola: http://www.grancaffescuola.it	• Forum dedicato • Servizio di Messaggistica Privata • Guest book • Lavagna condivisa • Strumenti per la creazione di loghi e banner promozionali • Possibilità di creare un blog personale • Il sito fornisce altresì di un servizio RSS	<u>I seguenti tutorial:</u> • Ipertesti con Power Point • Creare E-book • Magia dei frattali • Creare e inviare cartoline • Visual Basic for Application • HotPotatoes <u>I seguenti link:</u> • AND - Associazione Nazionale Docenti • CISL - SCUOLA Sindacato Nazionale Scuola Cisl • Gilda degli Insegnanti • RSU - Coordinamento Nazionale delle delegate e dei delegati • SNALS - Sindacato Nazionale Autonomo Lavoratori Scuola • SNS-CGIL - Sindacato Nazionale Scuola CGIL • Uil-Scuola - Unione Italiana Lavoratori Scuola	Ho effettuato la registrazione al sito ed ho pubblicato una prima notizia il tutto senza alcun problema. Da informatico consiglio non solo di visitarlo ma di registrarsi per poter condividere con altri colleghi idee e materiali utili per la didattica e non solo

Dinamicamente - Scheda allegata al laboratorio "DinamicaMente" (Scambio di risorse mediante siti dinamici)

Prof. Baudo Corrado

Il Sito di Laura Properzi: http://www.lauraproperzi.it	• Forum dedicato • Guest book • Possibilità di creare un blog personale • Il sito fornisce un servizio RSS • Area Docenti, area alunni, area pubblica	Il sito offre una discreta collezione di materiali liberamente prelevabili anche senza registrazione al sito adatta alla scuola dell'infanzia, primaria, di I e II grado.	Nessuna risorsa inviata.
--	---	--	---------------------------------

La talpa on-line: http://talpaonline.altervista.org/portale	• Forum • Guest book • Album • Rassegna Stampa • Sondaggi	Gli autori definiscono questo sito come "il giornalino della scuola secondaria di Fontaneto d'Agogna" e come tale si presenta. Le risorse condivisibili sono comunque diverse, facilmente accessibili ed usufruibili anche senza registrazione al sito. Non ho inoltrato comunque alcuna risorsa attualmente.	Anche a questo sito ho effettuato la registrazione ed ho pubblicato una prima notizia il tutto senza alcun problema. Le risorse sono molte e piuttosto interessanti A differenza dei siti precedenti, "La talpa on-line" risiede su un server free e quindi, per sopravvivere, ha la necessità di avere al suo interno della pubblicità peraltro invasiva
---	---	--	--

Rispondere ai bisogni dello studente

Prof. Baudo Corrado

Leggi la tabella. Essa pone a confronto diverse situazioni di classe con i vissuti che esse generano in alcuni allievi: gli studenti possono vivere l'esperienza scolastica e le attività didattiche in modo differente da quanto si aspettano i docenti...

SITUAZIONE DI CLASSE Luca è uno studente con un leggero ritardo. Gli piace stare con i compagni di classe. L'insegnante è premurosa nei suoi confronti: controlla regolarmente che sia incluso nei lavori di gruppo e che si senta partecipe delle attività collettive. L'insegnante ha lavorato molto per assicurare che, nei gruppi, i ragazzi si accettino reciprocamente.	ESPERIENZA DELLO STUDENTE La reazione di Luca al lavoro di gruppo è diversa da quella che si aspetta l'insegnante. Luca non riesce quasi mai a dare alcun contributo. Le abilità di lettura e di scrittura degli altri studenti sono nettamente superiori alle sue. In genere lavora molto più lentamente rispetto ai compagni. Luca teme le giornate dedicate al lavoro di gruppo; si siede al margine e si sente solo. Non ha mai la sensazione che la sua presenza contribuisca in qualche modo al lavoro collettivo.
SITUAZIONE DI CLASSE Lucia è una studentessa eccellente. In diverse materie è più avanti rispetto ai compagni, sia in termini di conoscenze che di abilità. L'insegnante si rivolge a Lucia con lodi e apprezzamenti e comunica spesso anche ai genitori quanto sia orgogliosa dei suoi risultati. L'insegnante vuole assicurarsi di confermare la capacità di Lucia e di darle il senso delle sue potenzialità come studente.	ESPERIENZA DELLO STUDENTE Lucia ha la sensazione di non contare in classe. Se fosse importante, l'insegnante si accorgerebbe che non fa che ripetere cose che lei ha già imparato da tempo e che non le offre molte occasioni per mettere alla prova le sue capacità. Le attività in classe non le sembrano significative e tanto meno la assorbono; in un certo senso, si sente disonestà perché l'insegnante continua a ripeterle quanto sia eccellente il suo lavoro quando lei sa di prendere voti alti con pochissimo sforzo.
SITUAZIONE DI CLASSE L'insegnante di Michela spiega ai suoi studenti che il lavoro che stanno facendo in grammatica è importante perché li preparerà ad affrontare lo studio delle lingue classiche e della letteratura nella scuola superiore. Racconta agli studenti aneddoti di ex-alunni che sono ritornati a trovarlo e gli hanno comunicato quanto abbiano contribuito le sue lezioni al loro successo scolastico non solo nella scuola secondaria, ma anche all'università.	ESPERIENZA DELLO STUDENTE Nessuno nella famiglia di Michela ha concluso la scuola superiore. Anche se a lei piacerebbe proseguire gli studi, è molto incerta: si chiede se ce la farà, se si troverà bene...e poi anche per una eventuale scelta della scuola si sente in difficoltà... Non ha idea di quale impegno le sarà richiesto e di quali problemi dovrà affrontare e, poi, non saprebbe proprio quale indirizzo scegliere... I suoi genitori non sanno consigliarla e non potrebbero aiutarla molto... Sembra che l'insegnante di lettere si aspetti che tutti i suoi alunni proseguano gli studi, preferibilmente in campo classico, e anche che la maggior parte di loro andrà all'università. Significa allora che Michela lo deluderà? Le spiace

A3-1

Rispondere ai bisogni dello studente

Prof. Baudo Corrado

	perché ama il suo insegnante e non vorrebbe dispiacergli... Intanto si domanda che utilità può avere per lei lo studio di quegli argomenti di grammatica e se c'è davvero qualcuno che usa qual tipo di conoscenze nella vita...
SITUAZIONE DI CLASSE Lidia ha una disabilità nell'apprendimento. L'insegnante ne tiene conto quando prepara le prove di valutazione e l'insegnante di sostegno lavora con lei parecchie ore alla settimana sulla scrittura. La mamma la aiuta a casa durante i compiti in modo che il lavoro di Lidia sia costantemente monitorato. Tutti si danno da fare per aiutare Lidia, in modo che possa compensare le proprie difficoltà di apprendimento.	ESPERIENZA DELLO STUDENTE Lidia lavora sodo, ma tutto le pare così meccanico... È sempre la stessa cosa, anno dopo anno... La sua mente pensa a cose che ritiene più importanti, ma non sembra che nessuno le chieda di scrivere o di pensare a cose importanti... A Lidia gli esercizi che fa in classe e anche a casa sembrano così inutili... Al contrario, i suoi compagni investono tempi e energia su idee e progetti interessanti... Lidia pensa che forse lei non è davvero portata per affrontare certi argomenti...

ATTIVITÀ 2. *Rispondere ai bisogni dello studente*

SCHEDA DI LAVORO 1

Secondo te, quali bisogni degli studenti risultano di volta in volta inappagati? Prova ad assumere la prospettiva di Luca, Lucia, Michela, Lidia: quali esperienze vorrebbero vivere in classe?

A3-3

Luca in classe vorrebbe

essere più rappresentativo all'interno della classe, vorrebbe sentirsi più utile ai fabbisogni della sua piccola collettività e non provare quella sensazione di impotenza che lo allontanerà sempre di più dai compagni e dall'insegnante. Se quest'ultima non riuscirà a recuperarlo in qualche maniera, rischierà di perderlo irrimediabilmente

Lucia in classe vorrebbe

che l'insegnante le dimostrasse la propria stima non con i continui elogi che le fa dinnanzi ai compagni e agli stessi genitori ma gratificandola assegnandole lavori più complessi rispetto alla media degli altri allievi con i quali si sentirebbe realizzata e motivata a dare sempre di più. Questo è l'enorme pericolo che la scuola italiana sta correndo: il taglio delle eccellenze...

Michela in classe vorrebbe

non deludere il proprio insegnante prendendo una decisione, riguardo alla propria carriera scolastica, che potrebbe farlo dispiacere. Purtroppo quando tra allievo e docente si crea un certo rapporto, la persona più fragile rischia di prendere delle decisioni senza la dovuta lucidità e autonomia assolutamente necessarie per non commettere errori spesso anche gravi.

Lo studio richiede una certa dose di "sano" egoismo..

Lidia in classe vorrebbe

pensare a cose più importanti e a dedicarsi a ben altri progetti. Lo studente con DSA affronta lo studio ed apprende in maniera differente dagli altri allievi. Giustamente le prove per Lidia devono essere preparate in maniera differente, non nei contenuti ma nell'esposizione e con tempistiche diverse. Lidia vorrebbe affrontare lo studio in maniera diversa e studiare cose diverse perché ritiene che ciò che le impongono di studiare non sia necessario ne altrettanto utile

Attività 2. RISPONDERE AI BISOGNI DELLO STUDENTE

scheda di lavoro 2

Completa la tabella. Prova a metterti dal punto di vista di un alunno: cerca di tradurre ogni categoria di bisogni in possibili aspettative che guidano lo studente nella partecipazione alla vita della classe e che un docente dovrebbe cercare di riconoscere.

A3-4

BISOGNI FONDAMENTALI DELLO STUDENTE IN CLASSE	PER SODDISFARE I SUOI BISOGNI LO STUDENTE DEVE SAPERE CHE....
BISOGNO DI AFFERMAZIONE (AUTOSTIMA)	- IN CLASSE È ACCETTATO E MERITA ACCETTAZIONE - IL SUO LAVORO CONTA - I DOCENTI CREDONO IN LUI - VIENE CONSULTATO DURANTE LE DISCUSSIONI ALL'INTERNO DELLA CLASSE
BISOGNO DI CONTRIBUTO (SENSO DI AUTOEFFICACIA)	- PUÒ DARE UN CONTRIBUTO AL LAVORO DELLA CLASSE - È ALL'ALTEZZA DI AFFRONTARE LE VARIE SITUAZIONI - È IN GRADO DI AFFRONTARE EFFICACEMENTE ALCUNE PROVE - SA PADRONEGGIARE CON SUCCESSO SITUAZIONI NUOVE
BISOGNO DI POTERE (DOMINIO DELLE SITUAZIONI)	- CIÒ CHE IMPARA GLI È UTILE - SE MOTIVATI DAL BISOGNO DI POTERE, SI SENTONO SUPERIORI AGLI ALTRI - SE MOTIVATI DAL SUCCESSO, DEVONO SAPERE CHE HANNO LA POSSIBILITÀ DI PERFEZIONARSI CONTINUAMENTE

	- SE MOTIVATI DAL POTERE PERSONALE, DEVONO SAPERE CHE POTRANNO AMBIRE A DIRIGERE GLI ALTRI (RAPPRESENTANTE DI CLASSE, DI ISTITUTO,...) - SE MOTIVATI DALL'APPARTENENZA, DEVONO SENTIRSI ACCETTATI DAGLI ALTRI
BISOGNO DI AVERE UNO SCOPO (CAPIRE IL SENSO DEL LAVORO CHE SI FA)	- CIÒ CHE SI FA IN CLASSE È IMPORTANTE PER SÉ O PER GLI ALTRI - IL PROPRIO LAVORO SERVIRÀ ANCHE AD ALTRI E CONTRIBUIRÀ AD OTTENERE UN MIGLIORAMENTO
BISOGNO DI SENTIRSI SFIDATI (DI PROVARE A FARE MEGLIO SENTENDO DI POTERLO FARE)	- SPESSO IN CLASSE REALIZZA COSE CHE GLI SEMBRAVANO IMPOSSIBILI - È ALLA RICERCA DI NUOVI STIMOLI E AD OGNI PROGETTO DA REALIZZARE PONE L'ASTICELLA SEMPRE PIÙ IN ALTO - SENTE LA SCUOLA COME UN AMBIENTE COMPETITIVO E VUOLE PRIMEGGIARE

Attività 2. RISPONDERE AI BISOGNI DELLO STUDENTE

scheda di lavoro 1

RITORNA AI CASI DI LUCA, LUCIA, MICHELA, LIDIA. PROVA AD INDIVIDUARE I BISOGNI CHE PROBABILMENTE RIMANGONO INSODDISFATTI E AD IPOTIZZARE POSSIBILI SOLUZIONI PER RISPONDERE ATTRAVERSO LA GESTIONE DEL LAVORO D'AULA.

A3-6

I BISOGNI INSODDISFATTI DI LUCA IN CLASSE

- Luca vorrebbe fornire un valido contributo durante il lavoro di gruppo

IN CHE MODO IL DOCENTE POTREBBE PROVARE A RISPONDERE

- INDIVIDUARE LE ATTITUDINI DI LUCA E ORGANIZZARE LAVORI DI GRUPPO IN MODO TALE DA PERMETTERGLI DI SENTIRSI PARTE DEL GRUPPO ANCHE SE QUESTO DOVESSE COMPORTARE L'ASSEGNAZIONE DI COMPITI MENO IMPEGNATIVI A LUCA L'IMPORTANTE È CHE SI SENTA PARTE DEL GRUPPO STESSO
- PROPORRE AD ALMENO UNO DEI GENITORI IL COMPITO DI RAPPRESENTANTE DEI GENITORI PER LA CLASSE DI LUCA; SOLITAMENTE QUESTO CREA UN MAGGIOR SENSO DI RESPONSABILITÀ NELLO STUDENTE CHE LO RENDE PIÙ SICURO ALL'INTERNO DEL GRUPPO CLASSE

I BISOGNI INSODDISFATTI DI LUCIA IN CLASSE

- L'ECCELLENZA DI LUCIA DIVENTA PURTROPPO "UN PROBLEMA". GESTIRE CLASSI SEMPRE PIÙ ETEROGENEE E NUMEROSE, NON POTENDO DISPORRE DI RISORSE UMANE E MATERIALI ADEGUATE, CREA NEI DOCENTI E NEGLI ALLIEVI STESSI, SITUAZIONI DI STRESS PIUTTOSTO PERICOLOSI. LUCIA SI SENTE GIUSTAMENTE "NON ADEGUATA" PERCHÉ I SUOI BISOGNI INTELLETTUALI SONO SUPERIORI ALLA MEDIA ED È PER QUESTO CHE PROVA LA SENSAZIONE DI "NON CONTARE" IN CLASSE. IN ASSENZA DI RISORSE ADEGUATE, L'INSEGNANTE HA IL COMPITO PRIMARIO DI "PARLARE PER LA CLASSE" NON AL SINGOLO (-> IL TAGLIO DELLE ECCELLENZE)

In che modo il docente potrebbe provare a rispondere

- non sempre il docente ha la possibilità di assegnare attività extra adeguati al singolo senza perdere di vista i fabbisogni della classe intera, anche se questa potrebbe essere una valida soluzione
- un'alternativa potrebbe quella di motivare lucia assegnandoli comunque compiti di responsabilità come ad esempio coordinare lavori di gruppo, tenere una specie di "diario di bordo" della classe nel quale riportare lo stato di avanzamento dei lavori svolti ecc...,
- cercare di coinvolgerla nel ruolo di "assistente" e sfruttare le sue capacità per aiutare i compagni in difficoltà

I BISOGNI INSODDISFATTI DI MICHELA IN CLASSE

- A MICHELA MANCA UN VERO PUNTO DI RIFERIMENTO, ANZI, PURTROPPO NON NE HA NESSUNO. QUESTO LE PROCURA UNA SENSAZIONE DI FRUSTRAZIONE E DI IMPOTENZA CHE LE RENDE ARDUO CONDURRE IL PROPRIO PERCORSO DI STUDI IN MODO SERENO.
- SEMBRA CHE L'ATTEGGIAMENTO DELL'INSEGNANTE, INOLTRE, NON LA AIUTI, AL CONTRARIO; LE ASPETTATIVE DEL DOCENTE LE PROCURANO UN'ULTERIORE STATO DI ANSIA CHE PEGGIORA LO STATO DELLE COSE
- IL BISOGNO DI DARE A TUTTI I COSTI UNA RISPOSTA ALLA DOMANDA PIÙ DIFFUSA TRA GLI STUDENTI "SENZIENTI" -> "A COSA SERVE..." È BEN CONOSCIUTO DA TUTTI I DOCENTI DI OGNI ORDINE E GRADO ;-)

In che modo il docente potrebbe provare a rispondere

- cercare di sostituirsi ai genitori non è solo sbagliato ma quasi sempre è fallimentare. L'insegnante deve essere sì un educatore, ma soprattutto, un intermediatore tra lo studente e la famiglia. in caso di grosse difficoltà il docente dovrebbe sfruttare il lavoro dello psicologo, figura sempre più necessaria all'interno dell'ambiente scolastico
- l'insegnante ha la possibilità di capire, spesso meglio dei genitori, le inclinazioni naturali di uno studente e quindi di potergli proporre delle soluzioni adeguate per un proseguo efficace del suo percorso di studi senza incorrere nell'errore di condizionarlo nelle proprie scelte

I BISOGNI INSODDISFATTI DI LIDIA IN CLASSE

- “GIUSTIZIA NON È DARE A TUTTI LA STESSA COSA MA A CIASCUNO CIÒ DI CUI HA BISOGNO”..SONO LE PAROLE DELLA DOTT.SSA ALESSANDRA LUCI, PSICOLOGA ESPERTA NEI DSA. LIDIA AVREBBE VOGLIA DI CONFRONTARSI CON GLI ALTRI COMPONENTI DELLA CLASSE MA SI SCONTRA CON LA SENSAZIONE CHE “NESSUNO LE CHIEDA DI SCRIVERE O PENSARE A COSE IMPORTANTI”. IL BISOGNO INSODDISFATTO IN QUESTO CASO È PROPRIO LA NECESSITÀ CHE QUALCUNO LA FACCIA SENTIRE “IMPORTANTE” O MEGLIO, UGUALE AGLI ALTRI IN MODO TALE DA SENTIRSI PARTE DEL GRUPPO

IN CHE MODO IL DOCENTE POTREBBE PROVARE A RISPONDERE

- Cercare di infondergli fiducia nei suoi mezzi
- procurargli tutti gli strumenti compensativi di cui ha bisogno e insegnare ad utilizzarli nel modo migliore
- dispensarla da quelle attività che la potrebbero erroneamente convincerla che “forse non è davvero portata per affrontare certi argomenti...”

(NOTA PERSONALE: OCCORREREBBE AVERE PERÒ ESPERIENZA DIRETTA NEL SOSTEGNO PER POTER RISPONDERE IN MODO ADEGUATO AL CASO DI LIDIA; QUELLO CHE HO SCRITTO È SOLO UN MIO PERSONALE PUNTO DI VISTA SENZA LA PRETESA DI ESSERE ADEGUATO AL CASO IN ESAME)

La traduzione dei problemi dal linguaggio naturale al linguaggio dell'algebra

Prof. Baudo Corrado

Direttamente dal sito dell'UMI si propone la seguente tabella che colloca l'Unità Didattica all'interno del curriculum

Livello scolastico:

1° biennio della scuola secondaria di secondo grado

A4-1

Abilità interessate	Conoscenze	Nuclei coinvolti	Collegamenti esterni
In situazioni problematiche, individuare relazioni significative tra grandezze di varia natura. Risolvere, per via grafica e algebrica, problemi che si formalizzano con equazioni e disequazioni di primo grado.	Zeri e segno di una funzione lineare: equazioni e disequazioni di primo grado in un'incognita. Sistemi lineari Interpretazione geometrica dei sistemi lineari a due incognite.	Relazioni e funzioni Numero ed algoritmi Risolvere e porsi problemi Argomentare, congetturare, dimostrare	Lingua italiana

Contesto:

Linguaggio naturale e linguaggio simbolico

Questa attività può essere introdotta nella prima classe; è centrata sulla traduzione dal linguaggio naturale, in cui sono formulate le situazioni problematiche, a quello algebrico, che ne permette la matematizzazione e l'eventuale soluzione. Il contesto è prettamente linguistico: infatti, affronta le difficoltà che lo studente incontra nel passaggio dal linguaggio naturale a quello simbolico; sposta il fulcro dell'attenzione didattica dagli algoritmi risolutivi alla traduzione e messa in formula dei problemi. È qui che si concentrano le maggiori difficoltà degli studenti: la matematica viene da loro percepita come puro strumento operativo; si tratta, invece, di presentarla come strumento di pensiero, mettendo in luce anche gli aspetti concettuali; infatti la matematica può maggiormente contribuire a rispondere a questa

La traduzione dei problemi dal linguaggio naturale al linguaggio dell'algebra

Prof. Baudo Corrado

esigenza se la si concepisce come arte del ragionamento e non come puro ricettario di calcolo.

Descrizione dell'attività:

Con questa attività l'insegnante propone agli studenti di tradurre problemi enunciati nella lingua italiana in equazioni, verificando se sono buoni traduttori di un testo dal linguaggio naturale a quello algebrico. Tale attività è fondamentale per la comprensione e l'utilizzo delle equazioni.

A4-2

Premessa, questa del tutto personale

Personalmente ho sempre pensato che lo studio della matematica non deve significare per forza "saper" fare calcoli complicatissimi o essere "padroni" assoluti di una particolare tecnica "aliena" di calcolo. Sono sempre stato convinto, invece, che studiare la matematica significhi perfezionare il proprio intuito logico, saper trovare soluzioni alternative a problemi comuni e riuscire a tradurre un problema pratico in un modello matematico che "possa" essere risolto tramite le conoscenze e gli strumenti messi a disposizione dalla matematica. Ne sono sempre stato fermamente convinto e sempre lo sarò.

Il problema che gli studenti attuali stanno incontrando in quantità maggiore rispetto ai colleghi appartenenti alle precedenti generazioni nello studio della matematica, ci fa e ci deve far riflettere. Le motivazioni sono diverse e nemmeno poche ma questa non è né la sede né il tema di questo mio lavoro e quindi non ne parlerò. Questo mio piccolo sfogo è stato dettato dall'esigenza di mettere in chiaro che studiare matematica in modo efficiente è quello di dedicargli tempo ed energie che non devono essere disperse affaticandosi nello svolgimento di quali incredibili calcoli (per questo ci sono strumenti dedicati...) ma devono essere utilizzate per "abituarsi" a porsi domande di un certo tipo per poter dare delle risposte efficaci a risolvere i "problemi" che la vita quotidiana ci pone continuamente.

Al lavoro

Per introdurre al meglio questo documento, ritengo giusto fare ancora un po di precisazioni e ricordare a tutti che, come la storia ci insegna, accadeva questo:

- Fino a circa il 1400-1500 in Europa (le tecniche algebriche arabe erano già immensamente più evolute -> Al-Khwarizmi,...) , i problemi erano ancora posti in forma "retorica" o al più in forma "sincopata"; la prima esprimeva i problemi interamente utilizzando il linguaggio naturale (dell'epoca evidentemente) mentre la seconda, rispetto alla precedente,

La traduzione dei problemi dal linguaggio naturale al linguaggio dell'algebra

Prof. Baudo Corrado

introduceva alcune abbreviazioni e singole lettere per denotare le quantità incognite

Esempio: (tratto da "Arithmetica", opera più famosa del matematico greco Diofanto vissuto intorno al 200 d.C.

A4-3

*Che il numero dato sia 100 e che la differenza sia 40 unità.
Trovare i numeri.*

Soluzione

Poniamo uguale ad un'incognita il più piccolo numero; il più grande sarà pertanto l'incognita più 40 unità. Ora questa somma sono le 100 unità date, dunque 100 unità sono uguali a due incognite più 40 unità. Sottraiamo le quantità simili dai simili, cioè 40 unità da 100 e, inoltre, 40 unità da 2 incognite più 40 unità. Le due incognite rimaste sono uguali a 60 unità e ciascuna incognita è 30 unità. Ritorniamo a quello che avevamo posto: il più piccolo numero sarà 30 unità, cosicché il più grande sarà 70 unità e la prova è evidente.

Tanto per chiarirci, utilizzando la moderna notazione, lo stesso problema viene modellizzato (e risolto) dal seguente sistema lineare in due incognite

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ x - y = 40 \end{cases}$$

...

- Intorno al 1500 avvenne gradualmente l'introduzione della "quasi" moderna algebra simbolica (quella moderna per intenderci).

Per molto tempo l'operazione di somma è stata indicata con la parola latina 'et'. I simboli "più" (+) e "meno" (−) comparvero per la prima volta nel testo "Behende und hübsche Rechenung auff allen Kauffmanschafft", di Johannes Widmann, pubblicato a Lipsia nel 1489. I due simboli passarono poi dalla Germania a tutta l'Europa e nel corso del 1500 il loro uso divenne sempre più frequente nei testi dei matematici.

La traduzione dei problemi dal linguaggio naturale al linguaggio dell'algebra

Prof. Baudo Corrado

A4-4

Il simbolo della moltiplicazione nella forma $\times$ fu utilizzato per primo da William Oughtred (1574-1660) nell'opera *Clavis Mathematicae*, pubblicata a Londra nel 1631. Successivamente Leibniz (1646-1716) propose di sostituire il simbolo $\times$ con il punto $\cdot$ per evitare ambiguità con l'incognita x . Secondo alcuni studiosi, l'uso del punto era stato anticipato da Johann Bernoulli stesso in una precedente lettera del 1694.

Per la divisione il simbolo $:$ viene usato per la prima volta nel 1633 in un testo intitolato *Johnson Arithmetik; In two Bookes*, ma il simbolo veniva usato solo per le frazioni al posto dell'odierna linea di frazione. Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) utilizzò questo simbolo nel 1684 in *Acta eruditorum* per indicare sia le frazioni che la divisione.

Vediamo ora l'uso delle potenze. Nicola Oresme (c. 1323- 1382) utilizzava i numeri per indicare le potenze, ma non nella forma attuale come apice. Nicolas Chuquet (1445?- 1500?) utilizzò gli esponenti nella forma di apice nel suo testo *Le Triparty en la Science des Nombres* del 1484, la scrittura 12^3 significava $12x^3$. Cartesio scriveva *aaaa* per indicare a^4 . Altri autori accennano a esponenti frazionari, ma questi furono usati sistematicamente solo a partire dai lavori di Isaac Newton (dopo il 1676).

Il simbolo di radice quadrata $\sqrt{}$ fu utilizzato da Fibonacci nel 1220 in *Practica geometriae*. Nel 1525 nel testo *Die Coss* di Christoff Rudolff (1499-1545) compare il simbolo di radice quadrata $\sqrt{}$; egli non utilizzò però gli indici per indicare altri radicali. L'uso dell'indice per indicare radici di vario genere fu suggerito nel 1629 da Albert Girard (1595-1632) nel testo *Invention nouvelle*.

Per molto tempo l'uguaglianza veniva indicata con parole come *est*, *aequales*, *aequantur*, *esgale*, *faciunt*, *ghelijck*, o *gleich*, *aeq.* Ancora nel 1500 l'uguaglianza $2 + 3 = 5$ si scriveva $\text{'2 plus 3 qequalis 5'}$.

Il simbolo uguale $=$ fu usato per la prima volta da Robert Recorde nel 1557 in *The Whetstone of Witte*. Il simbolo si diffuse però solo grazie ai lavori dei matematici Thomas Harriot e William Oughtred.

Infine i simboli minore e maggiore $<$ e $>$ compaiono per la prima volta

La traduzione dei problemi dal linguaggio naturale al linguaggio dell'algebra

Prof. Baudo Corrado

in "Artis Analyticae Praxis ad Aequationes Algebraicas Resolvendas" di Thomas Harriot (1560-1621), pubblicato postumo nel 1631.

Per concludere dopo Viete, Cartesio e Leibniz, Eulero con l'importanza e la notevole diffusione delle sue opere contribuì a divulgare e a standardizzare la notazione matematica, ormai praticamente identica a quella oggi in uso. A questo punto le differenze tra la notazione del tempo e quella adottata oggi divennero sempre più piccole e le opere dei matematici ci appaiono molto simili a quelle moderne.

A4-5

Quindi, grazie soprattutto ad Eulero ;-)) possiamo finalmente provare a tradurre il linguaggio naturale di cui è "fatto" il nostro problema, in linguaggio algebrico ricordando che è sempre utile, prima di iniziare la traduzione vera e propria, effettuare una breve discussione del testo - *la comprensione del testo* - che ci aiuta a fissare le idee e ad isolare:

1. Le incognite
2. I dati
3. Le condizioni

Per far ciò ci possiamo servire, ad esempio, di una tabella nella quale riportare ordinatamente quanto detto.

Riporto come esempio, il "famoso" problema de "*l'Eredità*" come appare nel fascicolo UMI 2013

La traduzione dei problemi dal linguaggio naturale al linguaggio dell'algebra

Prof. Baudo Corrado

Esempio 1

Un padre di tre figli morì lasciando in eredità 1600 monete d'oro. Il testamento precisava che il maggiore dei tre doveva avere 200 monete più del secondo e che al secondo a sua volta spettavano 100 monete più dell'ultimo. Si domanda la quota di ciascuno.

A4-6

Soluzione

• Comprensione:

Quali sono le incognite, cioè quello che si vuole sapere?

Ovviamente si tratta delle somme che spettano ai tre figli (ci sono quindi tre incognite: le somme che spettano al maggiore, al medio e al minore dei tre figli).

Che cosa è dato?

La quantità di monete lasciata in eredità dal padre, cioè 1600 monete

Quali condizioni legano il dato alle incognite o le incognite tra di loro?

La prima incognita è la seconda aumentata di 200; la seconda è pari alla terza aumentata di 100

• Costruiamo la tabella

Si costruisce una tabella con due colonne e questo punto, si scrivono nella colonna di sinistra le parti in cui risulta diviso il testo del problema:

incognite	incognite
Si domanda la quota che spetta a ciascuno dei tre figli:	x, y, z
quota del maggiore	x
quota del medio	y
quota del minore	z
dati	dati
Un padre morì lasciando loro in	1600

La traduzione dei problemi dal linguaggio naturale al linguaggio dell'algebra

Prof. Baudo Corrado

eredità 1600 monete d'oro	
condizioni	condizioni
Il testamento precisava che	
Il maggiore dei tre doveva avere 200 monete più del secondo (1° condizione)	$x = 200 + y$
al secondo spettavano 100 monete più dell'ultimo (2° condizione)	$y = 100 + z$
La terza condizione necessaria per risolvere il problema compare implicitamente nel testo per il significato di eredità...	$x + y + z = 1600$

A4-7

Per risolvere il problema non ci rimane che scrivere un sistema lineare riportando le tre condizioni

$$\begin{cases} x = 200 + y \\ y = 100 + z \\ x + y + z = 1600 \end{cases}$$

e risolverlo utilizzando un qualsiasi metodo euristico, algebrico o grafico (da qui la scelta del docente che presenterà tale problema ai suoi studenti)

Utilizzando il software Derive si ottiene la seguente soluzione:

#1:	<code>SOLVE([x = 200 + y, y = 100 + z, x + y + z = 1600], [x, y, z])</code>
#2:	<code>[x = 700 ∧ y = 500 ∧ z = 400]</code>

La traduzione dei problemi dal linguaggio naturale al linguaggio dell'algebra

Prof. Baudo Corrado

Esempio 2

Un bicchiere di panna contiene 28 g di grassi e 7 g di proteine, mentre un bicchiere di latte scremato contiene 5 g di grassi e 8 g di proteine. Quanti bicchieri di panna e latte scremato devono essere mescolati per ottenere una miscela contenente 71 g di grassi e 38 g di proteine?

A4-8

Soluzione

- **Comprensione:**

Quali sono le incognite, cioè quello che si vuole sapere?

Ovviamente si tratta del numero di bicchieri di panna e del numero di bicchieri di latte scremato che devono essere poi mescolati.

Che cosa è dato?

- per la panna e il latte scremato:

- 1) la quantità di grassi contenuti in un bicchiere
- 2) la quantità di proteine contenuti in un bicchiere

Quali condizioni legano il dato alle incognite o le incognite tra di loro?

- il prodotto tra il numero di bicchieri di panna e il contenuto di grassi contenuti in un bicchiere sommato al prodotto tra il numero di bicchieri di latte scremato moltiplicato per il contenuto di grassi contenuti in un bicchiere deve essere uguale a 71 (contenuto di grassi totale)
- il prodotto tra il numero di bicchieri di panna per il contenuto di proteine contenuti in un bicchiere sommati al prodotto tra il numero di bicchieri di latte scremato moltiplicato per il contenuto di proteine contenuti in un bicchiere deve essere uguale a 38

- **Costruiamo la tabella**

Come in precedenza, costruiamo una tabella con due colonne e questo punto, si scrivono nella colonna di sinistra le parti in cui risulta diviso il testo del problema:

incognite	incognite
-----------	-----------

La traduzione dei problemi dal linguaggio naturale al linguaggio dell'algebra

Prof. Baudo Corrado

Si domanda quanti bicchieri di panna e latte scremato devono essere mescolati per ottenere una miscela con delle condizioni	x, y
bicchieri di panna	x
bicchieri di latte scremato	y
dati	dati
Un bicchiere di panna contiene:	28
- 28 g di grassi	7
- 7 g di proteine	
Un bicchiere di latte scremato contiene:	5
- 5 g di grassi	8
- 8 g di proteine	
La miscela finale deve contenere:	71
- 71 g di grassi	38
- 38 g di proteine	
condizioni	condizioni
La miscela finale deve essere ottenuta da	
Tanti bicchieri di panna e di latte scremato in modo tale da avere 71 g di grassi	$28x + 5y = 71$
Tanti bicchieri di panna e di latte scremato in modo tale da avere 38 g di proteine	$7x + 8y = 38$

A4-9

Per risolvere il problema non ci rimane che scrivere un sistema lineare riportando le due condizioni

$$\begin{cases} 28x + 5y = 71 \\ 7x + 8y = 38 \end{cases}$$

Utilizzando il software Derive si ottiene la seguente soluzione:

#1: SOLVE([$28 \cdot x + 5 \cdot y = 71$, $7 \cdot x + 8 \cdot y = 38$], [x, y])

#2: [x = 2 $\wedge$ y = 3]

Conclusioni

La traduzione dei problemi dal linguaggio naturale al linguaggio dell'algebra

Prof. Baudo Corrado

Ho ripercorso velocemente le principali tappe storiche che hanno permesso ai matematici odierni di utilizzare formalismi simbolici estremamente potenti che permettono oggi di modellizzare in modo semplice, efficiente e rigoroso qualsiasi tipologia di problema; facciamoli usare dai nostri studenti, cerchiamo di farglieli “digerire” in qualche modo; se ci riusciremo apprenderanno il vero significato della matematica e, conseguentemente, non ne avranno più timore!

Aritmetica dei numeri interi e razionali-variante de "Il topo e l'elefante"

Prof. Baudo Corrado

Al mercato di Rifredi

Come per il problema "Il topo e l'elefante", dall'Unione Matematica Italiana si estrae la seguente tabella utile per collocare la tipologia del problema nel percorso scolastico:

A5-1

Abilità interessate	Conoscenze	Nuclei coinvolti	Collegamenti esterni
Scegliere, adattare, utilizzare schematizzazioni matematiche di situazioni, per affrontare problemi. Elaborare schematizzazioni utilizzando metodi simbolici ed interpretare via via gli esiti di queste elaborazioni in relazione alla situazione problematica considerata. Produrre soluzioni del problema attraverso una concatenazione delle azioni necessarie. Formulare congetture per esprimere le regolarità.	I polinomi e le loro operazioni. Equazioni e di primo grado in una incognita. Linguaggio naturale e linguaggio simbolico.	<u>Risolvere e porsi Problemi</u> Numeri ed algoritmi Relazioni e funzioni Argomentare e congetturare	Lingua italiana

Contesto:

Aritmetica: numeri razionali

Aritmetica dei numeri interi e razionali-variante de "Il topo e l'elefante"

Prof. Baudo Corrado

Il contesto è di tipo matematico e si colloca nell'ambito dell'aritmetica dei numeri interi e razionali. Si propone alla classe un semplice problema che presenta dei risvolti interpretativi e si può risolvere utilizzando più metodi. L'intenzione è anche quella di esaminare singolarmente i metodi risolutivi e poi confrontarli con opportune osservazioni.

A5-2

Perché la scelta del problema

L'attività consisteva nel proporre due possibili approcci:

A. Sperimentare l'attività con la propria classe, provvedendo a elaborare ed inviare una relazione relativa all'esperienza condotta, che metta in luce soprattutto le reazioni degli alunni e le difficoltà incontrate.

B. In alternativa il corsista potrebbe suggerire un ulteriore percorso sulla risoluzione di un problema di aritmetica, costruito sulla falsariga di quello presentato.

Per ovvi vincoli temporali ho scelto il secondo approccio decidendo di affrontare la risoluzione del "problema 1" proposto dall'UMI per due principali ragioni:

la prima perché sul problema del Topo e l'elefante hanno già scritto "l'universo mondo" mentre il mercato di Rifredi probabilmente la maggior parte delle persone non sanno nemmeno collocarlo geograficamente ;-)

In realtà non avendo trovato soluzioni proposte del problema, proverò a fornirne alcuni approcci.

Testo del problema:

Al mercato di Rifredi, con 36 euro si può comprare un maglione, una camicia e nove paia di calzini. Sapendo che due camicie costano quanto un maglione e quattro paia di calzini, quanto costa ogni singolo pezzo di vestiario?

Soluzione 1

Il procedimento empirico per risolvere il problema cioè quello chiamato... "per tentativi", in questo caso è sconsigliato. Anche ricercando soluzioni intere positive ($\mathbb{N}$), risulterebbe poco funzionale perché ci accorgeremmo che le varie combinazioni di sostituzione sono veramente troppe. Solo per dare un'idea ne riporto uno stralcio per chiarezza del procedimento...

Aritmetica dei numeri interi e razionali-variante de "Il topo e l'elefante"

Prof. Baudo Corrado

A5-3

maglioni			camicie			calzini			costo totale
q.t	costo	costo	q.t	costo	costo	q.t	costo	costo	
1	1	1	1	1	1	9	1	9	11
1	1	1	1	1	1	9	2	18	20
1	1	1	1	1	1	9	3	27	29
1	1	1	1	1	1	9	4	36	38
1	1	1	1	2	2	9	1	9	12
1	1	1	1	2	2	9	2	18	21
1	1	1	1	2	2	9	3	27	30
1	1	1	1	2	2	9	4	36	39
1	1	1	1	3	3	9	1	9	13
1	1	1	1	3	3	9	2	18	22
1	1	1	1	3	3	9	3	27	31
1	1	1	1	3	3	9	4	36	40
1	1	1	1	4	4	9	1	9	14
1	1	1	1	4	4	9	2	18	23
1	1	1	1	4	4	9	3	27	32
1	1	1	1	4	4	9	4	36	41
1	1	1	1	5	5	9	1	9	15
1	1	1	1	5	5	9	2	18	24
1	1	1	1	5	5	9	3	27	33
1	1	1	1	5	5	9	4	36	42
1	1	1	1	6	6	9	1	9	16
1	1	1	1	6	6	9	2	18	25
1	1	1	1	6	6	9	3	27	34
1	1	1	1	6	6	9	4	36	43
1	1	1	1	7	7	9	1	9	17
1	1	1	1	7	7	9	2	18	26
1	1	1	1	7	7	9	3	27	35
1	1	1	1	7	7	9	4	36	44
1	1	1	1	8	8	9	1	9	18
1	1	1	1	8	8	9	2	18	27
1	1	1	1	8	8	9	3	27	36
1	1	1	1	9	9	9	1	9	19
1	1	1	1	9	9	9	2	18	28
1	1	1	1	9	9	9	3	27	37
1	1	1	1	9	10	9	1	9	20
1	1	1	1	10	10	9	2	18	29
E così via...									21

soluzione - non
accettabile

Procedere in modo empirico alla ricerca di possibili soluzioni risulta molto dispendioso...Non dimenticando che per valutare se una soluzione che compare nella tabella per essere considerata soluzione del problema intero la dobbiamo ritrovare anche nella seconda tabella (che lascio da costruire agli studenti sulla

Aritmetica dei numeri interi e razionali-variante de "Il topo e l'elefante"

Prof. Baudo Corrado

falsa riga della precedente...) altrimenti non possiamo accettarla...

Soluzione 2

La soluzione "algebraica" consiste nella risoluzione del sistema che modella il problema:

A5-4

$$\begin{cases} 1x + 1y + 9z = 36 \\ 2y = 1x + 4z \end{cases}$$

dove

$x =$	prezzo di un maglione
$y =$	prezzo di una camicia
$z =$	prezzo di un paio di calzini

Derive ci permette di eliminare la parte dei calcoli fornendoci le seguenti soluzioni

#1: $x + y + 9 \cdot z = 36$

#2: $2 \cdot y = x + 4 \cdot z$

#3: $\text{SOLVE}([x + y + 9 \cdot z = 36, 2 \cdot y = x + 4 \cdot z], [x, y])$

#4: $\left[x = \frac{2 \cdot (36 - 11 \cdot z)}{3} \wedge y = \frac{36 - 5 \cdot z}{3} \right]$

#5: $\text{SOLVE}([x + y + 9 \cdot z = 36, 2 \cdot y = x + 4 \cdot z], [x, z])$

#6: $\left[x = \frac{2 \cdot (11 \cdot y - 72)}{5} \wedge z = \frac{3 \cdot (12 - y)}{5} \right]$

#7: $\text{SOLVE}([x + y + 9 \cdot z = 36, 2 \cdot y = x + 4 \cdot z], [y, z])$

#8: $\left[y = \frac{5 \cdot x + 144}{22} \wedge z = \frac{3 \cdot (24 - x)}{22} \right]$

Aritmetica dei numeri interi e razionali-variante de "Il topo e l'elefante"

Prof. Baudo Corrado

Come facilmente si nota, accade che:

1. La soluzione [#4:] determina il valore delle variabili x e y in funzione della variabile z
2. La soluzione [#6:] determina il valore delle variabili x e z in funzione della variabile y
3. La soluzione [#4:] determina il valore delle variabili y e yz in funzione della variabile x

A5-5

D'altra parte gli studenti dovrebbero sapere che per determinare il valore di 3 incognite occorre scrivere (e risolvere...) un sistema lineare contenente 3 equazioni linearmente indipendenti in 3 incognite (tante equazioni, tante incognite...)

Dal momento che il sistema che abbiamo ricavato dal testo del problema contiene solo due equazioni, abbiamo la certezza che non potremmo determinare una sola soluzioni ma "*infinite alla uno soluzioni*" (perché appunto dipendenti dal valore che arbitrariamente si potrà assegnare alla terza incognita "non vincolata"...))

Per completezza e chiarimento allego la seguente tabella che riporta i valori
rispettivamente di:

1. x e y al variare di z
2. x e z al variare di y
3. y e z al variare di x

[illegible]

Aritmetica dei numeri interi e razionali-variante de "Il topo e l'elefante"

Prof. Baudo Corrado

A5-6

Come si nota una soluzione intera è quella rappresentata dalla terna dei valori evidenziati in colore verde che, a meno dell'ordine delle variabili, rappresenta la medesima soluzione:

3€ il costo di un paio di calze

2€ il costo di un maglione

7€ il costo di una camicia

Comunque, a parte le terne nelle quali compaiono dei valori negativi (e quindi non rappresentativi anche se risolvono algebricamente il sistema) tutte le altre che compaiono nella tabella sono soluzioni del problema

Soluzione 3

La soluzione "geometrica", se opportunamente commentata dall'insegnata e introdotta da uno studio anche minimale di geometria nello spazio, è quella che "convince" in maniera definitiva lo studente della non unicità della soluzione del problema in questione; vediamo come:

Nello spazio il sistema

$$\begin{cases} 1x + 1y + 9z = 36 \\ 2y = 1x + 4z \end{cases}$$

Da punto geometrico rappresenta l'intersezione tra due piani rispettivamente il piano $\lambda: x + y + 9z = 36$ e il piano $\pi: 2y = x + 4z$

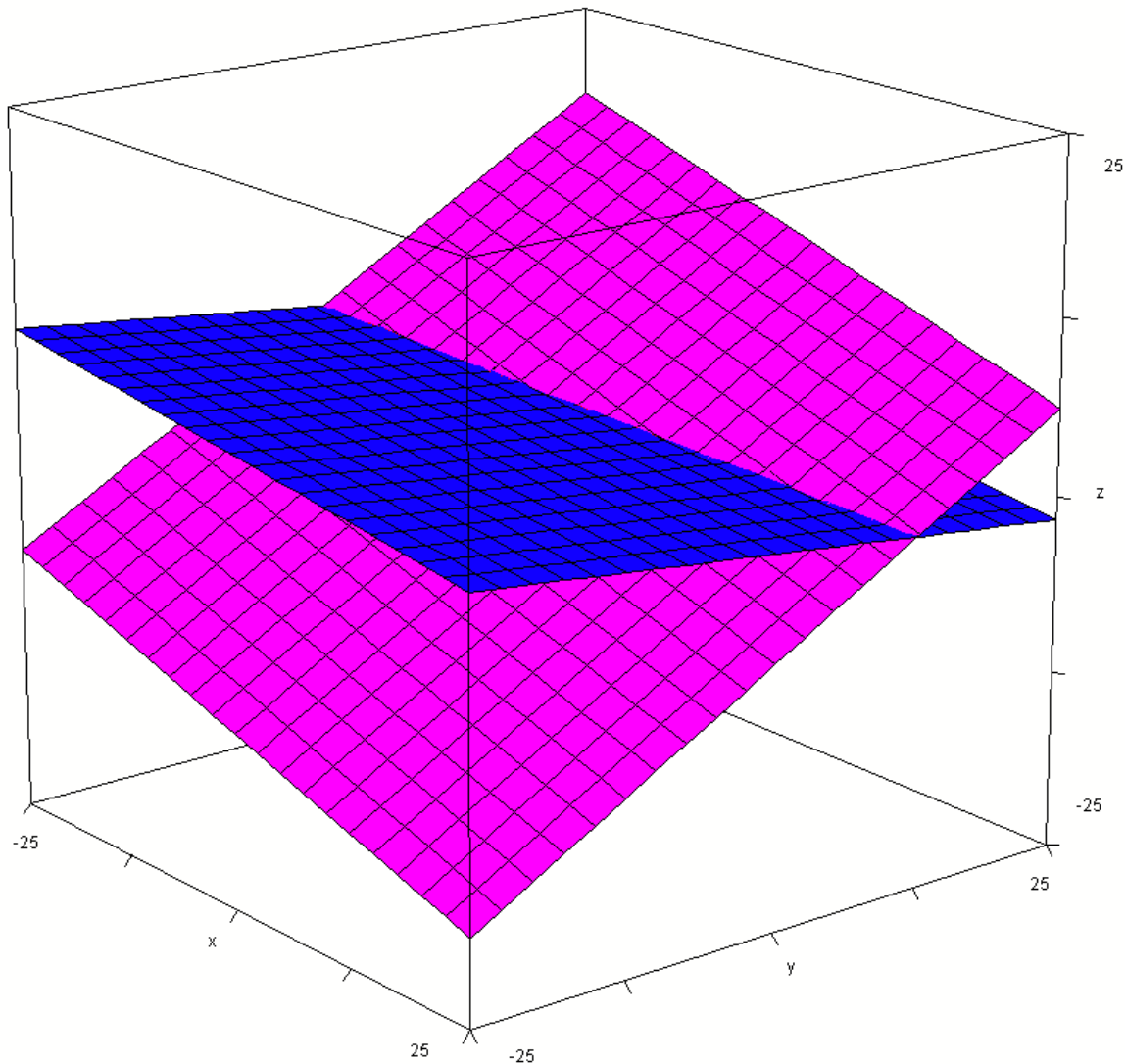
Questi due piani NON sono paralleli poiché hanno versori $(1,1,9)$ il primo e $(-1,2,-4)$ il secondo...

Sappiamo che l'intersezione di due piani non paralleli genera una retta. Le soluzioni del problema dato sono le infinite terne rappresentate dalle coordinate dei punti che giacciono sulla retta in questione.

Utilizzando derive lo studente potrà facilmente creare il grafico tridimensionale sottostante ed osservare che l'intersezione dei 2 piani considerati rappresenta proprio una retta

Aritmetica dei numeri interi e razionali-variante de "Il topo e l'elefante"

Prof. Baudo Corrado



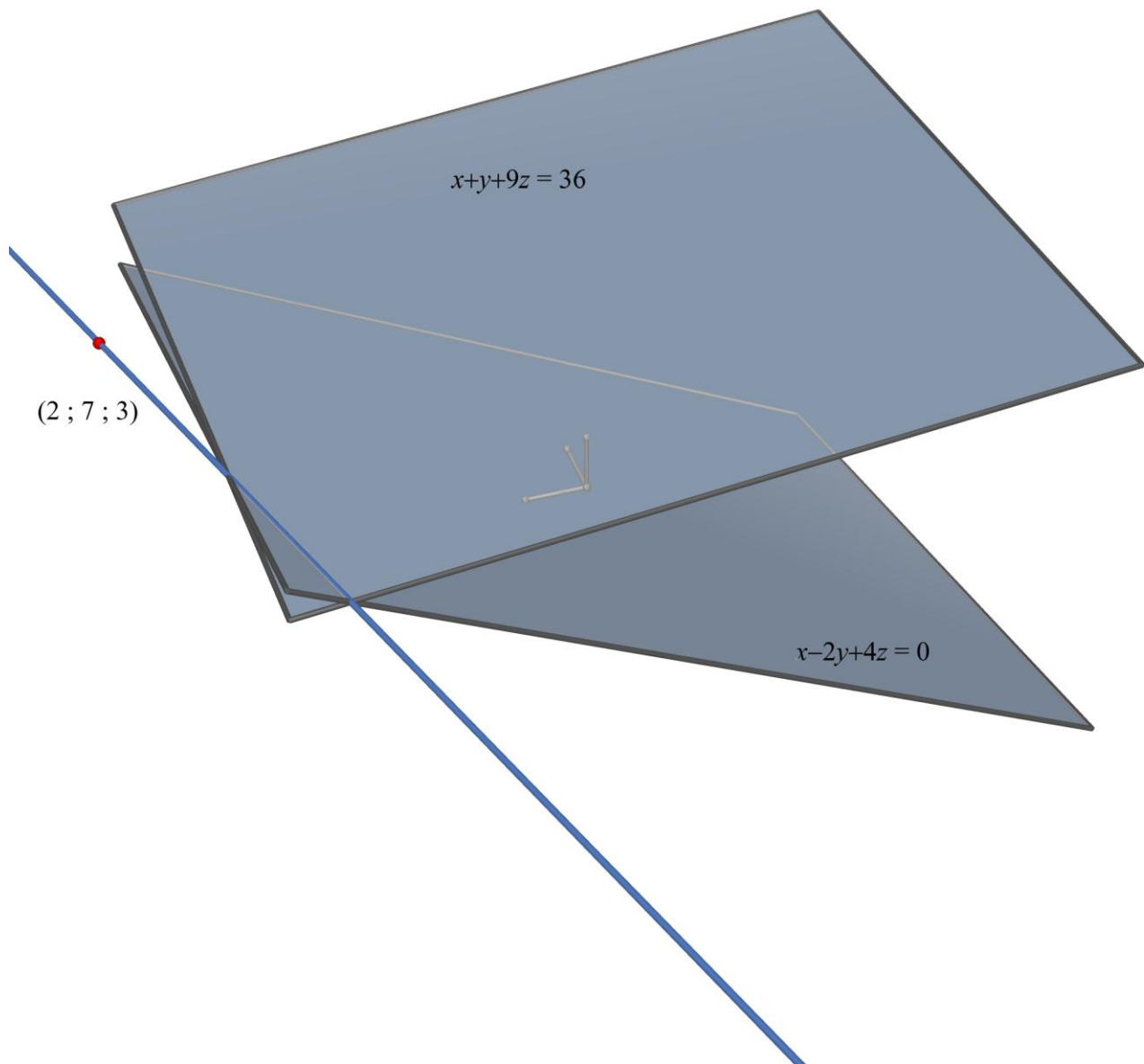
A5-7

Il grafico generato con Cabri 3D che propongo di seguito, fornisce in particolare una visione ancora più "intuitiva" della natura tridimensionale delle soluzioni permettendo di evidenziare il luogo "intersezione" dei due piani e convincersi che rappresenta una retta; abbiamo anche la possibilità di inserire il punto di coordinate $(2,7,3)$ che altro non è che la rappresentazione geometrica-grafica della soluzione intera del problema studiato.

Aritmetica dei numeri interi e razionali-variante de "Il topo e l'elefante"

Prof. Baudo Corrado

A5-8



Conclusione

Si lasciano agli studenti ed al docente le numerose considerazioni ed approfondimenti che scaturiranno sicuramente da un approccio di questo tipo se si deciderà di proporre in classe il problema trattato.

Risoluzione grafica di equazioni polinomiali con Derive

Prof. Baudo Corrado

Scheda riassuntiva dell'unità di lavoro:

Competenze:	Al termine di questa unità di lavoro l'alunno dovrà avere sviluppato competenze riguardo la risoluzione di un'equazione, in particolare polinomiale, o la valutazione anche in modo approssimato delle sue soluzioni attraverso : • il grafico e la sua manipolazione • l'intersezione di opportune curve • i metodi algebrici se applicabili o se esistenti • il teorema degli zeri Inoltre ogni alunno dovrà sviluppare competenze più generali come: • la capacità di lavorare in gruppo (in particolare in coppia) • la capacità di usare consapevolmente un software
Strumenti:	Per realizzare questa unità di lavoro é previsto l'uso del software CAS Derive. Ciò non toglie che questa unità di lavoro può essere svolta con altri manipolatori algebrici equivalenti (es. "Maxima", open source che si può scaricare all'indirizzo http://maxima.sourceforge.net/)
Motivazione:	In questa unità di lavoro la tecnologia è utilizzata per consentire agli alunni di affrontare la risoluzione di equazioni in modo piu' consapevole; inoltre la tecnologia, attraverso la risoluzione di una classe molto più ampia di equazioni rispetto a quelle risolte con carta e matita, permette così di: • focalizzare l'attenzione su aspetti concettualmente più importanti di quelli legati al calcolo algebrico. Senza la tecnologia il numero eccessivo di calcoli, ad esempio, possono distrarre e far perdere di vista i nodi concettuali. • fare congetture: lavorando con i grafici in modo concreto si passa ad un livello più astratto e tipicamente sintattico con la "messa in formula" dell'enunciato del teorema degli zeri.
Requisiti:	Si elencano i temi richiesti per affrontare l'unità di lavoro. • Numeri complessi . Conoscere l'esistenza dei numeri complessi, il loro significato e il significato di unità immaginaria "i". Importante è che l'allievo abbia assimilato che un numero complesso non può essere rappresentato sulla retta reale, ma "altrove" sul piano di Gauss. Non riteniamo essenziale come prerequisito la rappresentazione dei numeri complessi sul piano di Gauss ma è

A6-1

	importante che l'alunno abbia già raggiunto l'obiettivo che un numero complesso non essendo un numero reale non può essere rappresentato sull'ordinaria retta. • Rappresentazione grafica di alcune funzioni (ad esempio rette e parabole) . In particolare si presuppone che l'allievo sappia rappresentare graficamente una parabola facendo uso delle soluzioni dell'equazione di 2° grado ad essa associata, reali distinte, reali coincidenti o complesse, dell'equazione associata e di qualche altro punto (come ad esempio l'intersezione della curva con l'asse delle y). • Risoluzione algebrica di equazioni. La conoscenza di metodi risolutivi, come la formula risolutiva dell'equazione di II° grado, l'applicazione della regola di Ruffini per equazioni di grado superiore al II° sono il punto di partenza poiché devono poi fare nascere il problema: <i>"che cosa bisogna fare se non si può applicare la regola di Ruffini o meglio, se non si conosce (o se non esiste) una formula risolutiva per una certa equazione?"</i> . • Risoluzione algebrica e grafica di sistemi di primo grado. Serve per poter generalizzare la loro interpretazione grafica a sistemi qualunque. • Enunciato del teorema fondamentale dell'algebra. Non è fondamentale, ma può tornare utile, a volte, come criterio per dire che le soluzioni che l'allievo trova sono proprio tutte. Se le soluzioni reali trovate non sono in numero uguale al grado del polinomio o ce ne sono altre o le altre sono numeri complessi (coniugati a coppie). • Uso elementare del software Derive. Comandi per risolvere equazioni e comandi grafici. Derive è un software semplice da usare, quindi la spiegazione dei comandi da utilizzare si può fare in modo rapido. Riguardo ai comandi grafici sono importanti quei comandi che permettono di ingrandire o ridurre la scala per visualizzare un grafico e, in particolare, le intersezioni di quel grafico con l'asse delle x (che sono le soluzioni dell'equazione polinomiale associata).
--	--

Analizzando le proposte dell'attività sul sito dell'Indire, per non ripetere già quelle riportate, ho deciso di proporre ed analizzare il seguente problema condensando le tre fasi che Indire suggerisce di separare; ciò sarà possibile ponendo particolare attenzione alle domande in itinere ed alle rispettive risposte che saranno ampiamente giustificate da grafici e dai relativi calcoli algebrici.

Risoluzione grafica di equazioni polinomiali con Derive

Prof. Baudo Corrado

Problema

Consideriamo la funzione polinomiale

$$P(x) = 3x^5 - 2x^3 + 5x^2 - 7$$

Prima di procedere facciamo le seguenti evidenti osservazioni:

A6-3

1. E' una funzione di quinto grado nella variabile "x";
ne consegue che:
 - a. Per il Teorema Fondamentale dell'Algebra sappiamo che l'equazione $P(x) = 0$ avrà al massimo 5 soluzioni (tra reali e immaginarie)
 - b. Il grafico della funzione $y = P(x)$ intersecherà l'asse delle ascisse in al massimo 5 punti (tanti quante sono le soluzioni reali)
2. Il termine noto è non nullo;
ne consegue che:
 - a. L'equazione $P(x) = 0$ non ammette la soluzione nulla
 - b. Il grafico della funzione non passerà per l'origine degli assi
3. La funzione non è né pari né dispari;
ne consegue che:
 - a. Non avremo soluzioni opposte
 - b. Il grafico non presenterà nessun tipo di simmetria rispetto agli assi

Detto questo procediamo e definiamo la seguente funzione

$\#1: \quad P(x) := 3 \cdot x^5 - 2 \cdot x^3 + 5 \cdot x^2 - 7$
--

Ora procediamo con l'impostare l'insieme delle soluzioni che Derive dovrà cercare (-> metodo "algebrico", -> dominio "complesso")

Il software ci fornirà il seguente output che dovremo interpretare insieme agli studenti:

$\#2: \quad P(x) = 0$
$\#3: \quad \text{SOLVE}(P(x) = 0, x)$
$\#4: \quad x = 0.5807640051 - 1.151290824 \cdot i \quad \vee$

Risoluzione grafica di equazioni polinomiali con Derive

Prof. Baudo Corrado

$$\begin{aligned}x &= 0.5807640051 + 1.151290824 \cdot i \quad \checkmark \\x &= -1.105173042 - 0.3414187049 \cdot i \quad \checkmark \\x &= -1.105173042 + 0.3414187049 \cdot i \quad \checkmark \\x &= 1.048818075\end{aligned}$$

Osserviamo che il software ci fornisce tutte le soluzioni preannunciate dal Teorema Fondamentale; le prime quattro sono numeri complessi e la quinta è reale (evidenziata in giallo)

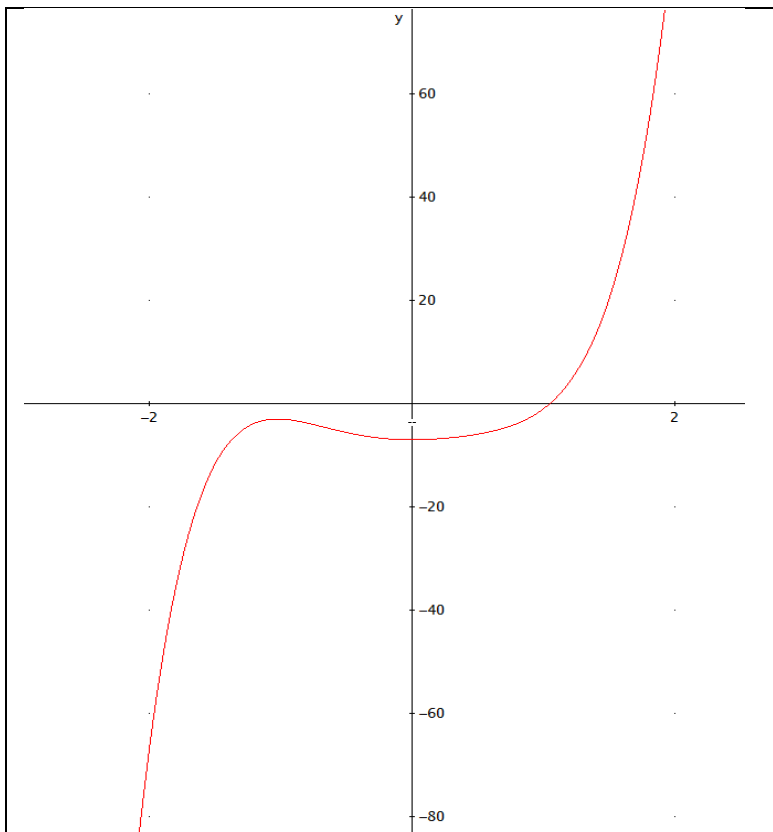
A questo punto non mancherebbero spunti per ulteriori approfondimenti o conferme sul sapere acquisito degli studenti come ad esempio:

A6-4

1. La rappresentazione di un numero complesso, che Derive correttamente esprime nella forma $z = a + b \cdot i$
2. Il significato di “*parte reale*” e “*parte complessa*” di un numero immaginario
3. Eventuali rappresentazioni delle soluzioni in oggetto sul piano di Gauss e dell'impossibilità della loro rappresentazione nel piano cartesiano tranne, quella reale ($x = 1.048818075$)
4.

Procediamo ora con la rappresentazione grafica della funzione

$$y = P(x)$$



Risoluzione grafica di equazioni polinomiali con Derive

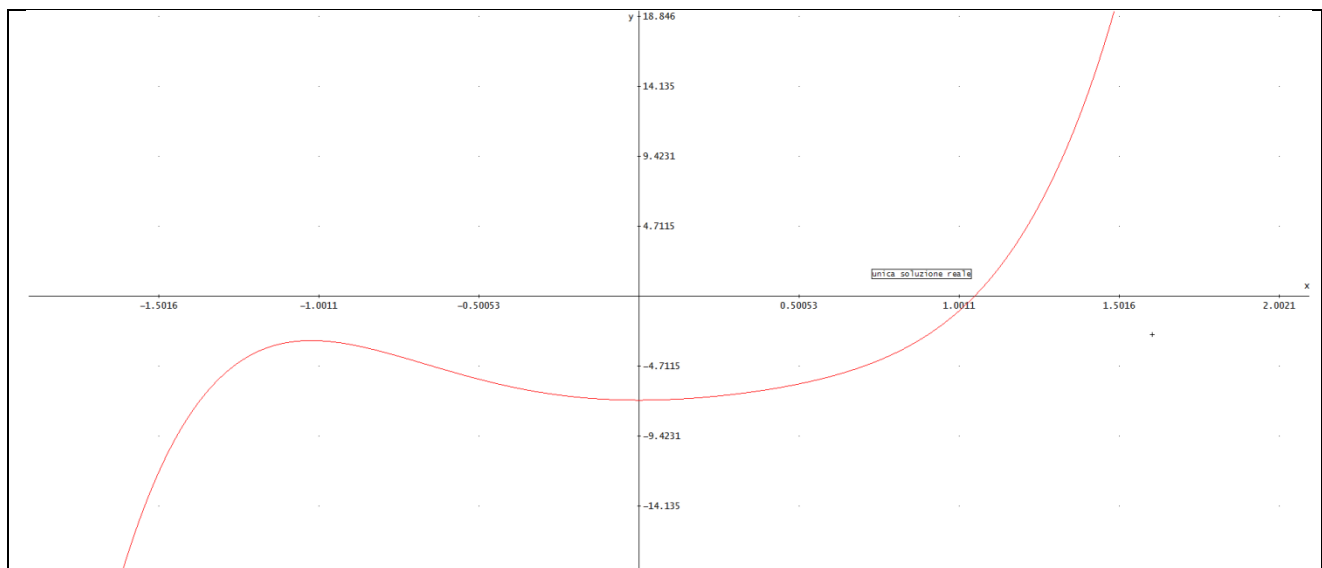
Prof. Baudo Corrado

Da un primo esame si può già osservare come le prime congetture fatte sulla natura dell'espressione

$$P(x) = 3x^5 - 2x^3 + 5x^2 - 7$$

siano confermate dalla natura del grafico (intersezione con l'asse delle ascisse, valore del termine noto, parità e disparità della funzione)

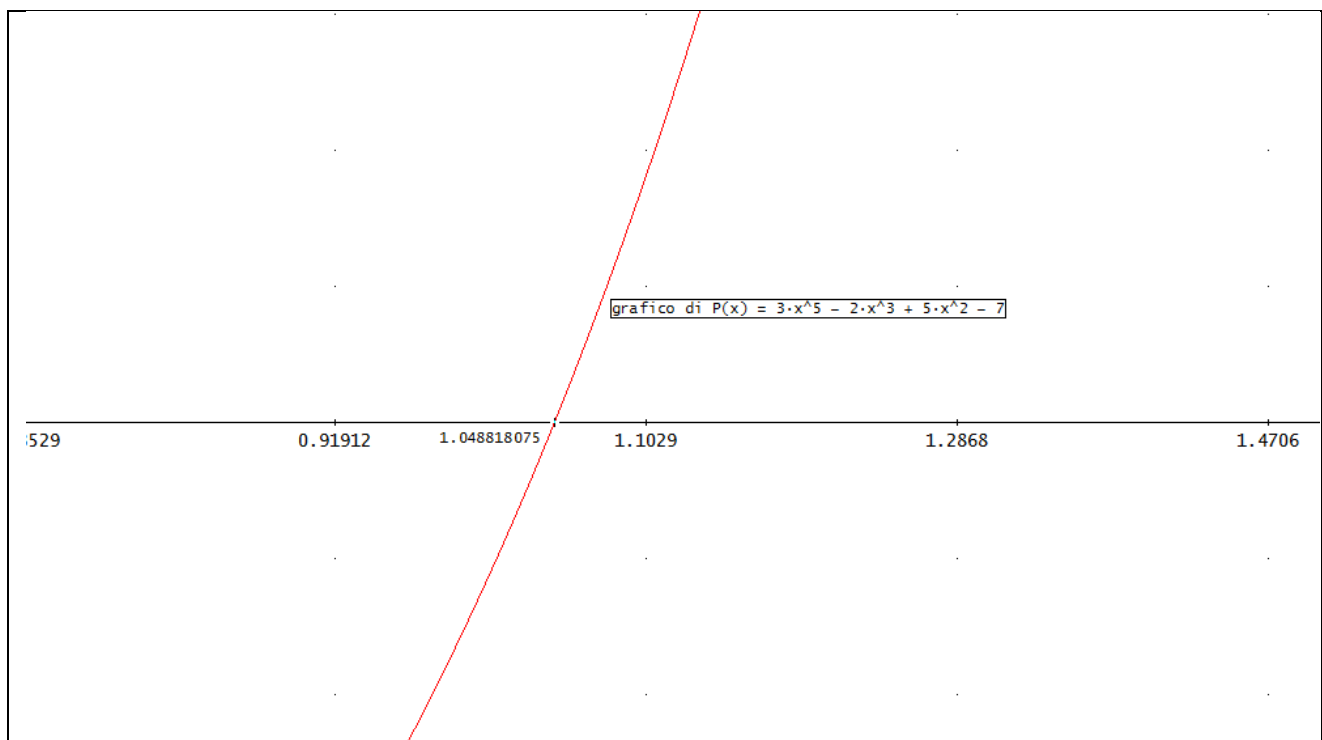
A6-5



A questo punto, regolando opportunamente le coordinate della finestra grafica del software è possibile aumentare il dettaglio in modo tale da fare emergere la natura dell'unica soluzione reale dell'equazione

$$P(x) = 0$$

Prof. Baudo Corrado



A6-6

Ora, prima di affrontare il problema secondo un ulteriore interessante punto di vista, vediamo di capire il significato geometrico del **“Teorema degli zeri”** osservando i due grafici precedenti ricordandone l’enunciato:

sia

$$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$$

una funzione continua tale che $f(a) \cdot f(b) < 0$

esiste almeno un valore $x \in (a, b)$ tale che

$$f(x) = 0$$

Come si osserva da entrambi i grafici, più in dettaglio nel secondo, la funzione $y = P(x)$ interseca l’asse delle ascisse nel punto di coordinate $(1.048818075, 0)$ dove appunto il valore $x = 1.048818075$ rappresenta la soluzione approssimata dell’equazione

$$P(x) = 0$$

Chiedendo a Derive di calcolare il valore di $P(x_1)$ e $P(x_2)$ dove x_1 e x_2 sono due valori tali che $x_1 < x < x_2$ ad esempio

Risoluzione grafica di equazioni polinomiali con Derive

Prof. Baudo Corrado

$$x = 1$$

$$x = 1,1$$

otteniamo il seguente risultato:

#13: $P(x) := 3 \cdot x^3 - 2 \cdot x^2 + 5 \cdot x - 7$

#14: $P(1) := -1$

#15: $P(1.1) := 1.21953$

A6-7

Dal momento che risulta

$$P(1) \cdot P(1,1) < 0$$

ne consegue che per il suddetto teorema deve esistere un valore $1 < x < 1,1$ tale che $P(x) = 0$

Tale valore risulta appunto essere la nostra soluzione $x = 1.048818075$ dal momento che $1 < 1.048818075 < 1,1$ come si evince osservando i grafici della funzione

Risoluzione grafica di equazioni polinomiali con Derive

Prof. Baudo Corrado

Un'ulteriore splendida opportunità offerta dai software CAS che permettono di graficare con estrema semplicità oggetti matematici è quella di poter verificare per via grafica la correttezza e il significato intrinseco delle conseguenze del I Principio di Equivalenza;

sappiamo infatti che data l'equazione

$$3x^5 - 2x^3 + 5x^2 - 7 = 0$$

A6-8

Applicando il I Principio di Equivalenza possiamo scrivere le seguenti equazioni

a)	$3x^5 = 2x^3 - 5x^2 + 7$
b)	$3x^5 - 2x^3 = -5x^2 + 7$
c)	$3x^5 - 2x^3 + 5x^2 = 7$

tutte equivalenti tra loro e ovviamente alla principale

Questo esercizio estremamente utile per una più profonda comprensione delle relazioni tra oggetti matematici di natura diversa ma che in realtà rappresentano uno stesso modello, è perfettamente realizzabile a “costo zero” con questo tipo di software e permette così allo studente di concentrarsi direttamente sul risultato finale senza perdersi nelle difficoltà di calcoli inutili.

Risoluzione grafica di equazioni polinomiali con Derive

Prof. Baudo Corrado

Detto ciò considerando l'equazione

$$a) \quad 3x^5 = 2x^3 - 5x^2 + 7$$

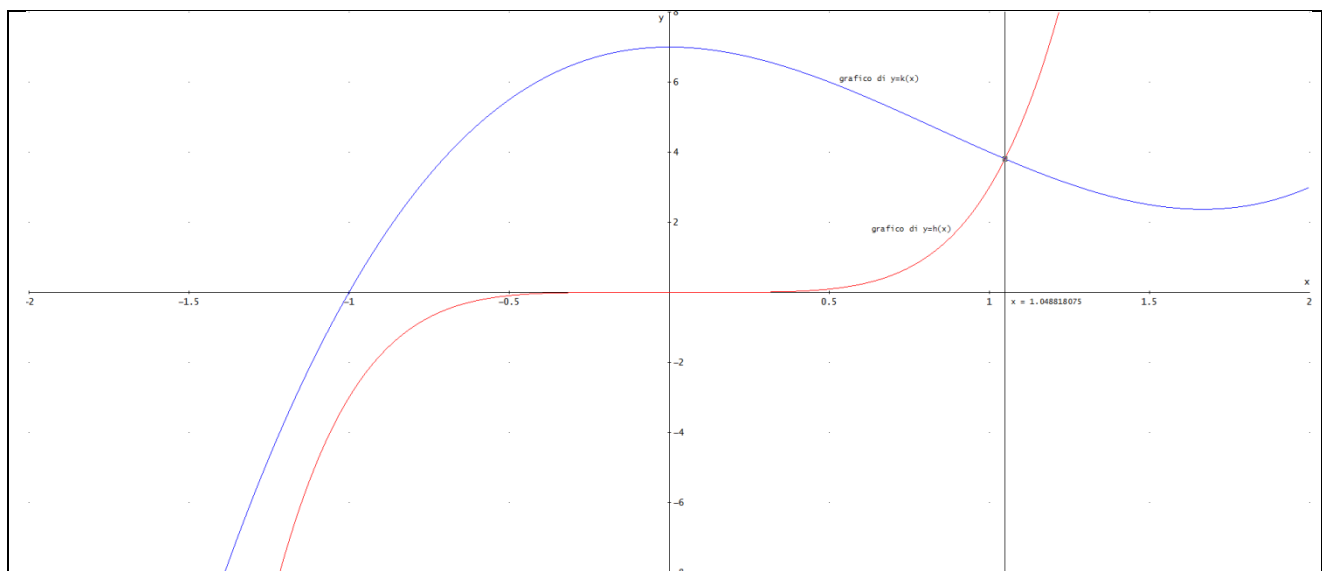
definiamo le seguenti funzioni "di appoggio"

$$h(x) = 3x^5$$

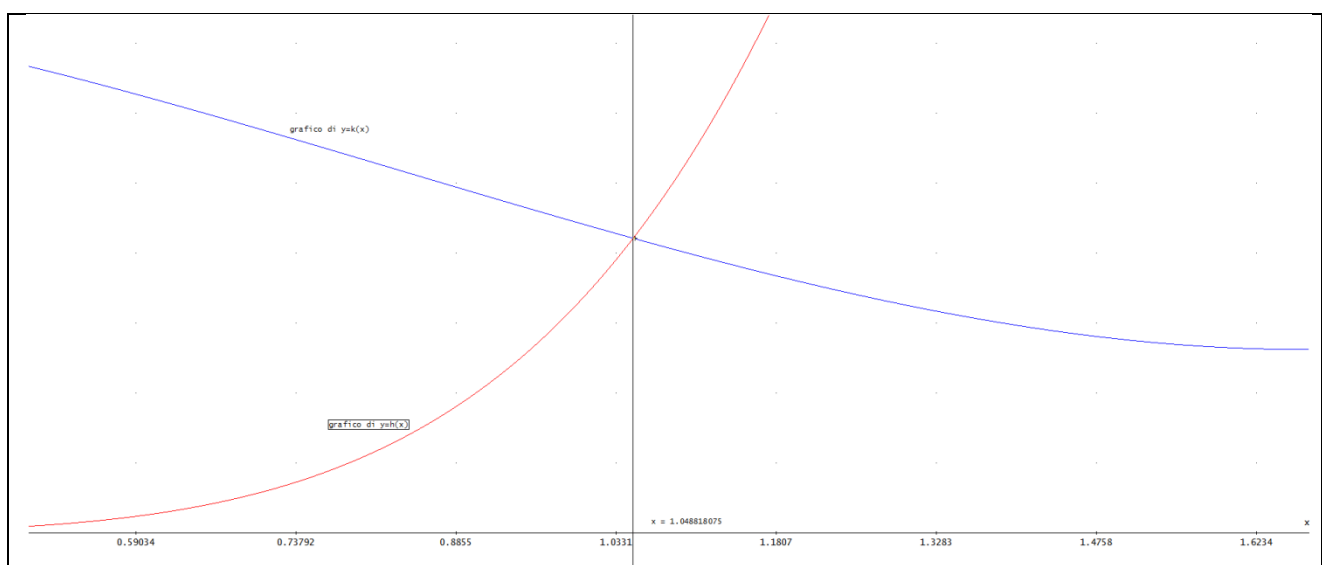
$$k(x) = 2x^3 - 5x^2 + 7$$

A6-9

Ora con l'utilizzo di Derive ne disegniamo i grafici nella stessa finestra grafica:



Adeguando la finestra grafica:



Risoluzione grafica di equazioni polinomiali con Derive

Prof. Baudo Corrado

In modo analogo consideriamo l'equazione

$$b) \quad 3x^5 - 2x^3 = -5x^2 + 7$$

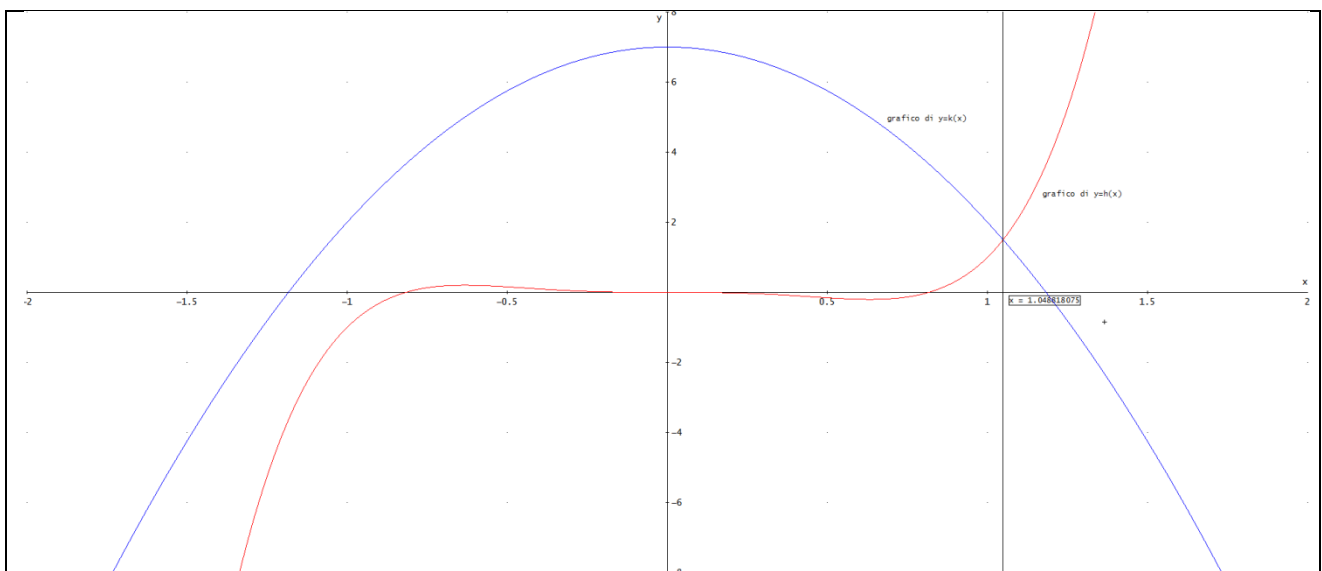
definiamo le seguenti funzioni "di appoggio"

$$h(x) = 3x^5 - 2x^3$$

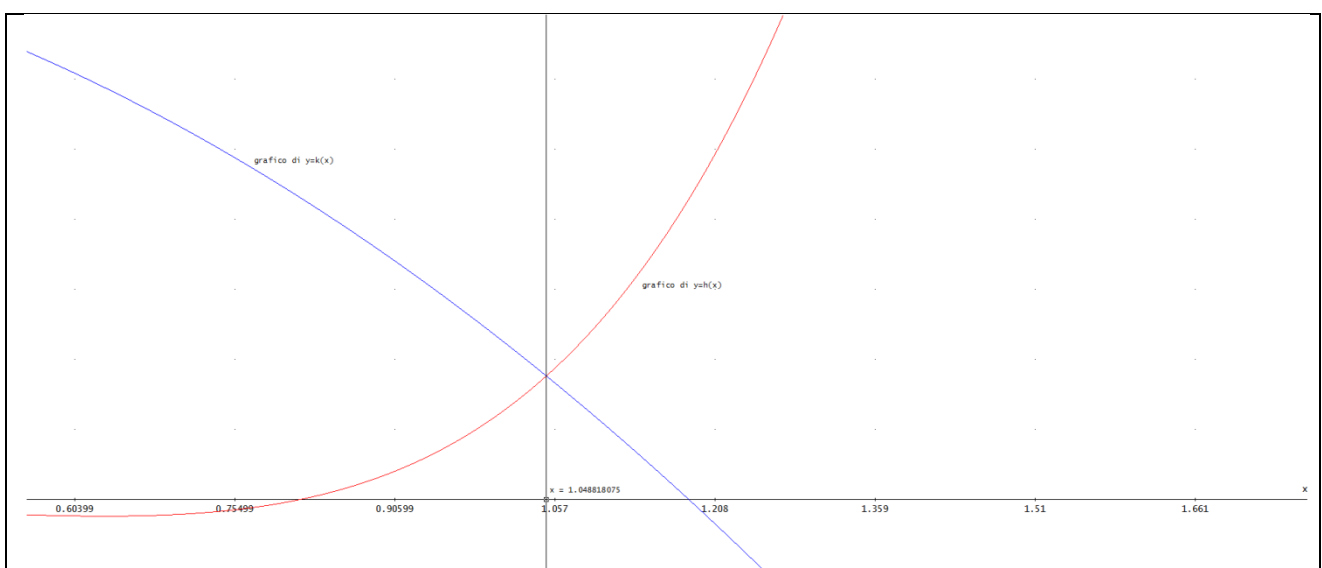
$$k(x) = -5x^2 + 7$$

A6-10

Disegniamo i grafici nella stessa finestra grafica:



Adeguando la finestra grafica:



Prof. Baudo Corrado

Infine l'equazione

$$c) \quad 3x^5 - 2x^3 + 5x^2 = +7$$

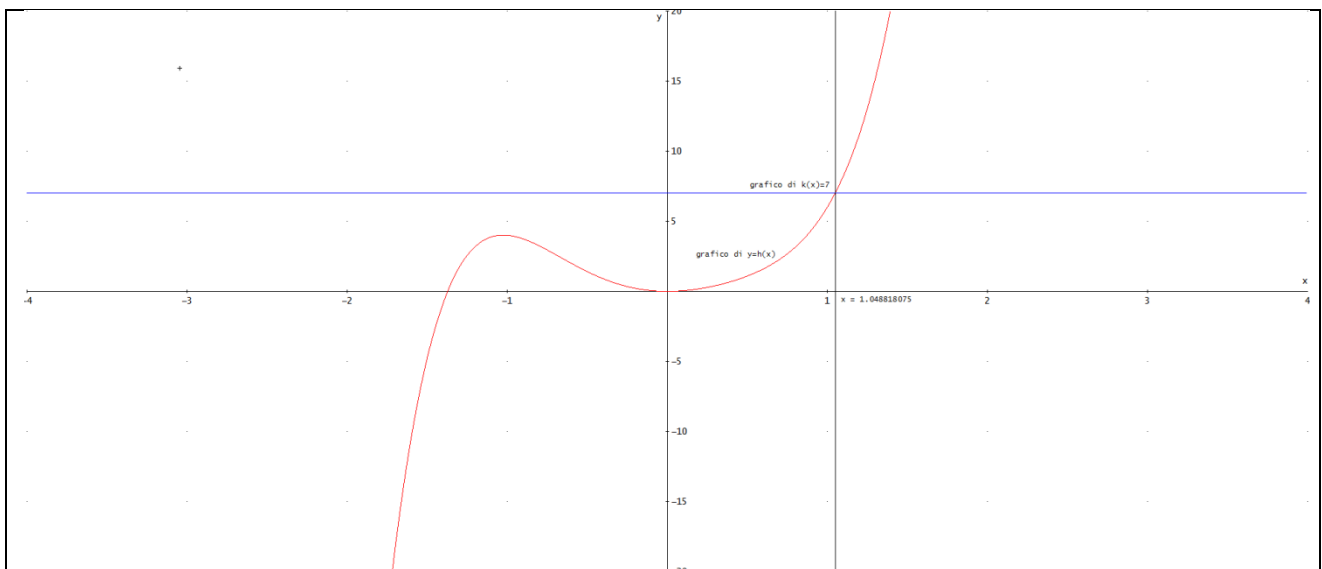
definiamo le seguenti funzioni "di appoggio"

$$h(x) = 3x^5 - 2x^3 + 5x^2$$

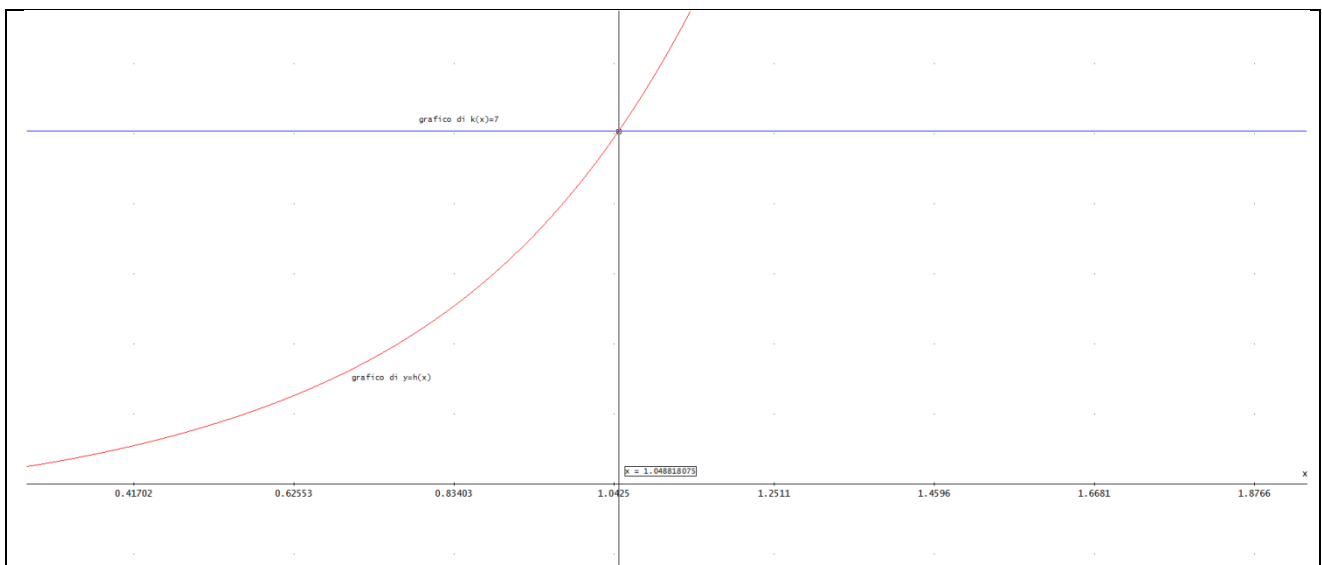
$$k(x) = 7$$

A6-11

Disegniamo i grafici nella stessa finestra grafica:



Adeguando la finestra grafica:



Prof. Baudo Corrado

Agli studenti il compito di trarre tutte le considerazioni che copiose scaturiscono da queste ultime rappresentazioni e al docente quello “solito” dell’ “avvocato del diavolo” per aiutare il discente ad acquisire padronanza della materia eliminando il maggior numero di dubbi e misconcezioni che lastricano la strada di ogni studente... e non solo...

A6-12

Conclusioni

Questo modulo di lavoro è lungi dall’essere completo ed esaustivo e nemmeno voleva esserlo (e nemmeno poteva considerando la tempistica così ridotta imposta dal corso stesso).

Spero comunque che questa mia fatica sia utile come punto di partenza per ulteriori sviluppi ed approfondimenti su questo esteso argomento.

Scheda riassuntiva dell'unità di lavoro:

Competenze:	Al termine di questa unità di lavoro l'alunno dovrà avere sviluppato competenze riguardo l'utilizzo degli strumenti di base del software Geogebra, qualsiasi tipologia di "luogo geometrico" definito come "insieme di tutti e soli i punti del piano che soddisfano determinate proprietà", una sana curiosità che porta a cercare costruzioni geometriche alternative dello stesso luogo geometrico pur basandosi sulle stesse proprietà e definizioni In particolare per la scuola secondaria di I grado si potranno acquisire competenze rispetto ai seguenti luoghi geometrici • Assi cartesiani • Rette parallele e rette perpendicolari agli assi cartesiani • Rette qualsiasi • Bisettrice di un angolo Per la scuola secondaria di II grado: • Le coniche: - La circonferenza - La parabola - L'elisse - L'iperbole • In generale un qualsiasi luogo geometrico definito da una specifica proprietà; "inventarsi" un luogo geometrico tramite la definizione personale di una proprietà dei suoi punti e darne una rappresentazione grafica con il software
Strumenti:	Per realizzare questa unità di lavoro é previsto l'uso del software CAS "Open Source" Geogebra".
Motivazione:	In questa unità di lavoro la tecnologia è utilizzata per consentire agli alunni di affrontare lo studio della geometria in modo piu' consapevole; inoltre la tecnologia, attraverso la realizzazione e lo studio di una classe molto più ampia di costruzioni rispetto a quelle risolte con carta e matita, permette così di: • focalizzare l'attenzione su aspetti concettualmente più importanti di quelli legati al calcolo algebrico. Senza la tecnologia il numero eccessivo di calcoli, ad esempio, possono distrarre e far perdere di vista i nodi concettuali. • fare congetture: lavorando con i grafici in modo concreto si passa ad un livello più astratto e tipicamente sintattico con la "messa in

	formula" di proprietà che spesso risultano di non facile comprensione
Requisiti:	Si elencano i temi richiesti per affrontare l'unità di lavoro. • Conoscere il Piano Cartesiano • Saper rappresentare correttamente un punto del piano, note le sue coordinate • Conoscere le proprietà dei luoghi geometrici che si vogliono rappresentare. Conoscere l'esistenza dei numeri complessi, il loro significato e il significato di unità immaginaria "i". Importante è che l'allievo abbia assimilato che un numero complesso non può essere rappresentato sulla retta reale, ma "altrove" sul piano di Gauss. Non riteniamo essenziale come prerequisito la rappresentazione dei numeri complessi sul piano di Gauss ma è importante che l'alunno abbia già raggiunto l'obiettivo che un numero complesso non essendo un numero reale non può essere rappresentato sull'ordinaria retta. • Uso elementare del software Geogebra. Comandi per tracciare luoghi primitivi (punto, punto intersezione, retta per due punti,...). Geogebra è un software semplice da usare, quindi la spiegazione dei comandi da utilizzare si può fare in modo rapido

Analizziamo alcuni procedimenti che potrebbero essere riprodotti in classe per riprodurre i principali semplici luoghi geometrici inseriti nei programmi delle scuole secondarie di I e II grado:

Prof. Baudo Corrado

Asse delle ascisse

Proprietà: è il luogo dei punti (x,y) del piano per i quali risulta nulla ogni loro ordinata, cioè $y = 0$

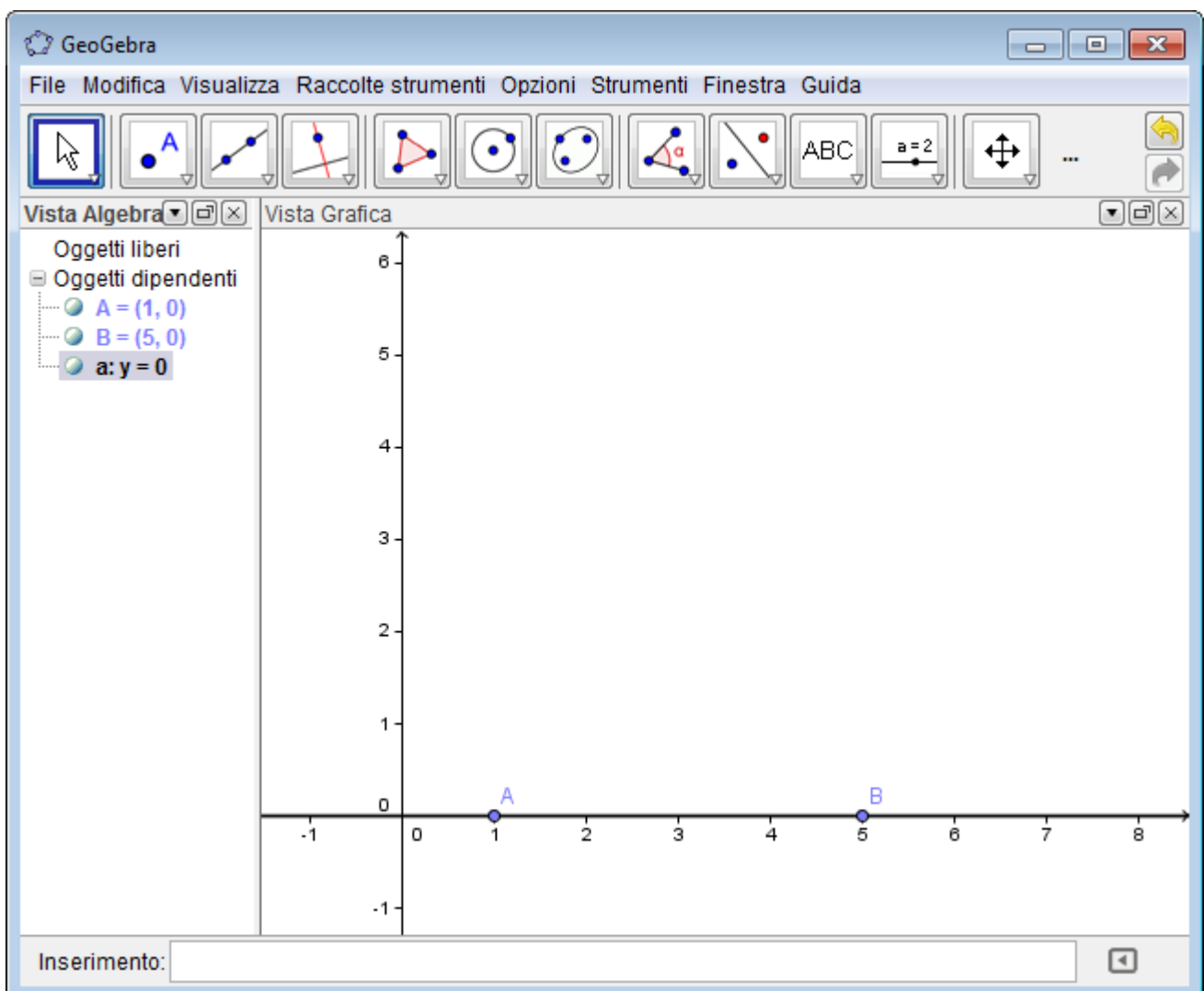
Dalla definizione risulta chiaro che l'asse delle ascisse è quel luogo geometrico del piano i cui punti sono individuati dalla seguente coppia di coordinate $(x,0)$ al variare di x .

A7-3

Sapendo che per due punti passa una ed una sola retta, considerati, ad es. i seguenti

$A(1,0)$
 $B(5,0)$ punti entrambi che soddisfano la condizione richiesta,

li riportiamo nel piano cartesiano utilizzando lo strumento "Nuovo punto" e successivamente tracciamo la retta passante per i due punti utilizzando "Retta – per due punti" ottenendo la seguente schermata:



Prof. Baudo Corrado

Lo studente avrà la possibilità di verificare che tale luogo geometrico avrà come rappresentazione algebrica la relazione $y = 0$ come ben evidenziato nella finestra “vista Algebra” del software.

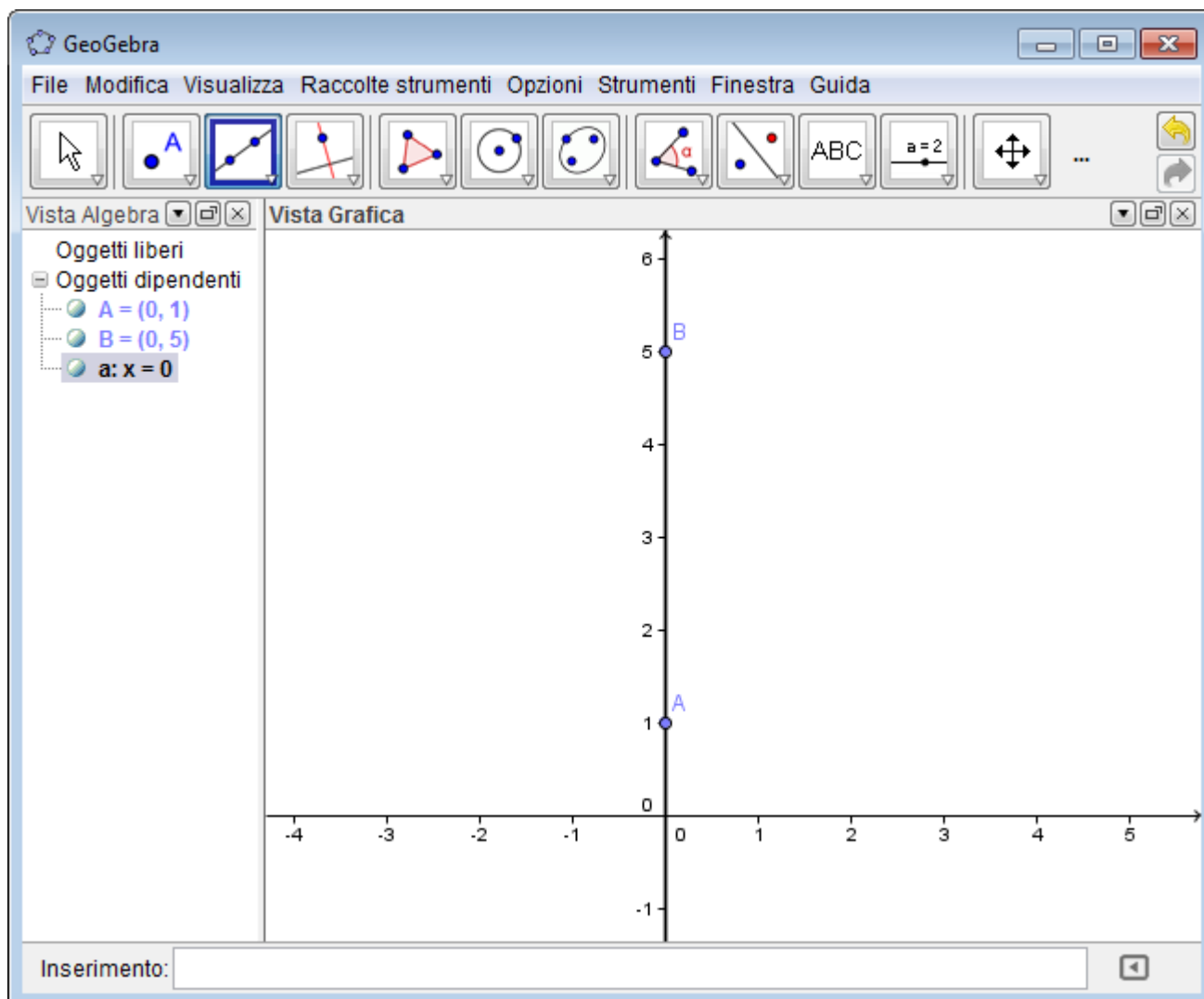
Asse delle ordinate

Proprietà: è il luogo dei punti (x,y) del piano per i quali risulta nulla ogni loro ascissa, cioè $x = 0$

Dalla definizione risulta chiaro che l’asse delle ordinate è quel luogo geometrico del piano i cui punti sono individuati dalla seguente coppia di coordinate $(0,y)$ al variare di y .

Sapendo che per due punti passa una ed una sola retta, considerati, ad es. i seguenti

$A(0,1)$ punti entrambi che soddisfano la condizione richiesta, come per il caso precedente utilizzando lo strumento “Nuovo punto” e successivamente tracciamo la retta passante per i due punti utilizzando “Retta – per due punti” ottenendo la seguente schermata:



Prof. Baudo Corrado

Anche in questa occasione lo studente avrà la possibilità di verificare che tale luogo geometrico avrà come rappresentazione algebrica la relazione $x = 0$ come ben evidenziato nella finestra “vista Algebra” del software.

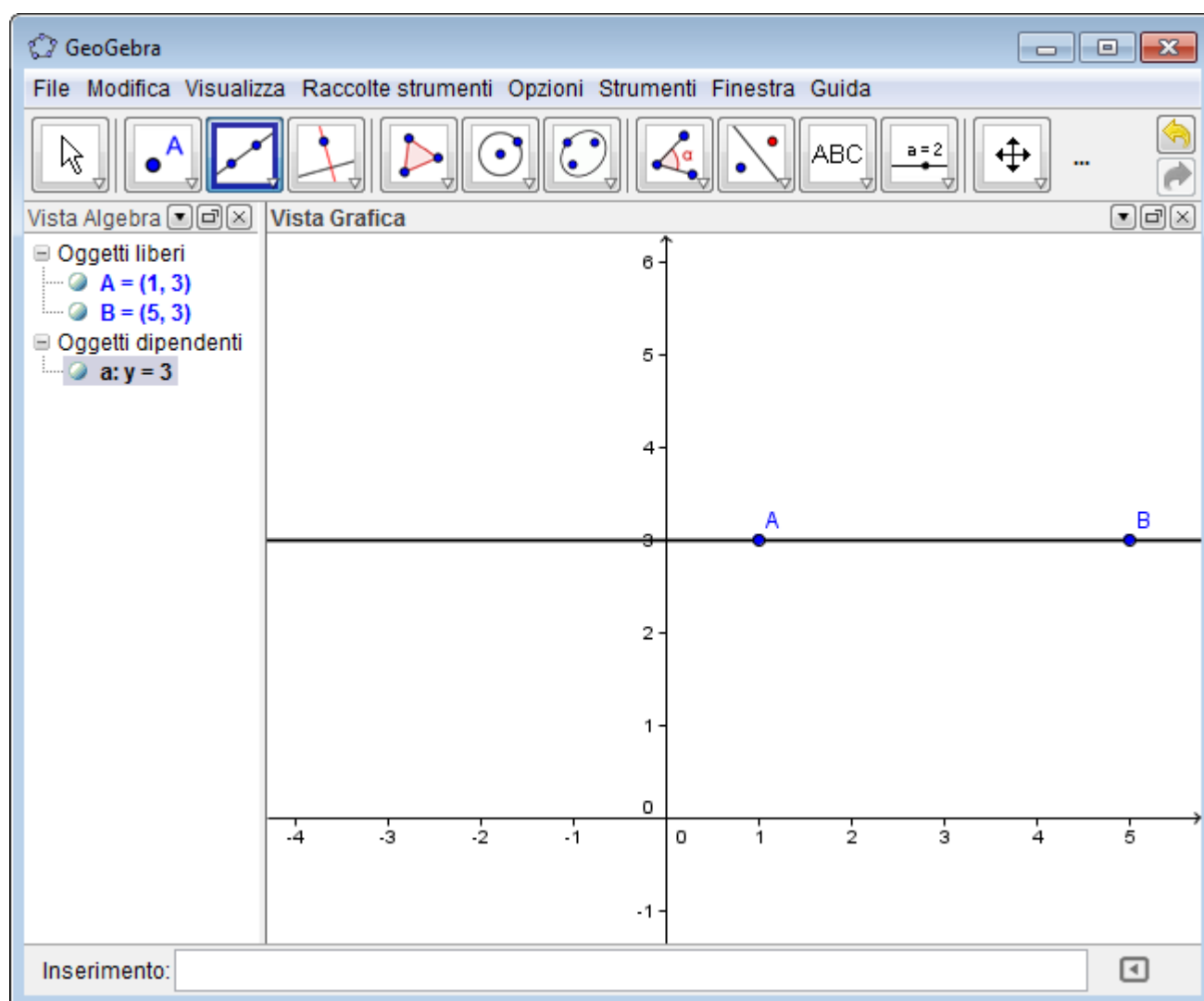
Retta parallela all'asse delle ascisse

Proprietà: è il luogo dei punti (x,y) del piano per i quali risulta costante la distanza di ogni suo punto dall'asse delle ascisse $y = k$ dove k è appunto un valore costante

A7-5

Sapendo che per due punti passa una ed una sola retta, considerati, ad es. i seguenti

- $A(1,3)$ punti entrambi che soddisfano la condizione richiesta (risulta $k = 3$), come per il caso precedente utilizzando lo strumento “Nuovo punto” e successivamente tracciamo la retta passante per i due punti utilizzando “Retta – per due punti” ottenendo la seguente schermata:
- $B(5,3)$



Prof. Baudo Corrado

Come per le precedenti anche in questa occasione lo studente avrà la possibilità di verificare che tale luogo geometrico avrà come rappresentazione algebrica la relazione $y = k$ (in questo caso $y = 3$) come ben evidenziato nella finestra “vista Algebra” del software.

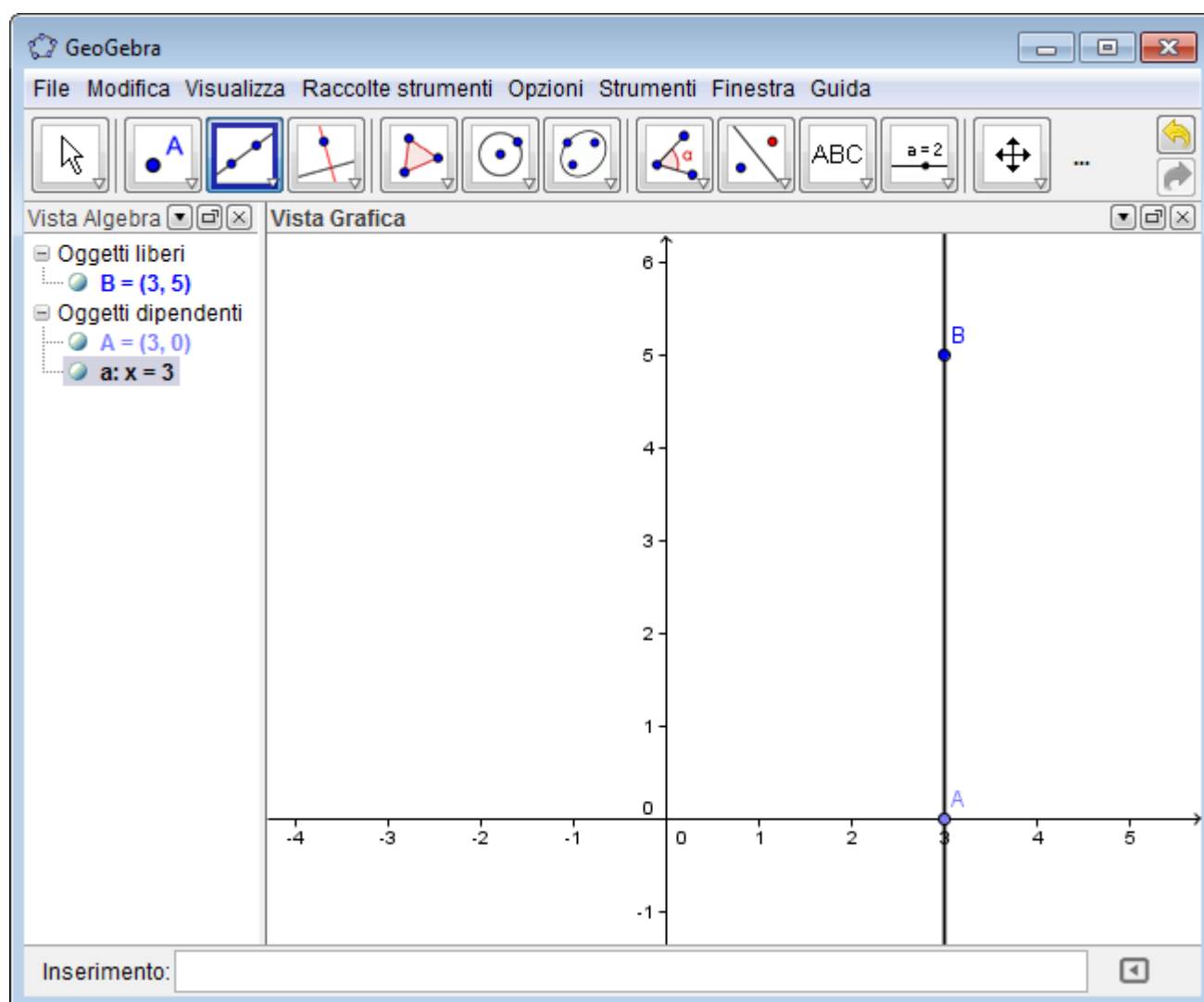
Retta parallela all’asse delle ordinate

Proprietà: è il luogo dei punti (x,y) del piano per i quali risulta costante la distanza di ogni suo punto dall’asse delle ordinate $x = k$ dove k è appunto un valore costante

A7-6

Sapendo che per due punti passa una ed una sola retta, considerati, ad es. i seguenti

- $A(3,1)$ punti entrambi che soddisfano la condizione richiesta (risulta $k = 3$), come in precedenza utilizziamo lo strumento “Nuovo punto” e successivamente tracciamo la retta passante per i due punti utilizzando “Retta – per due punti” ottenendo la seguente schermata:
- $B(3,5)$



Prof. Baudo Corrado

Come per le precedenti anche in questa occasione lo studente avrà la possibilità di verificare che tale luogo geometrico avrà come rappresentazione algebrica la relazione $x = k$ (in questo caso $x = 3$) come ben evidenziato nella finestra “vista Algebra” del software.

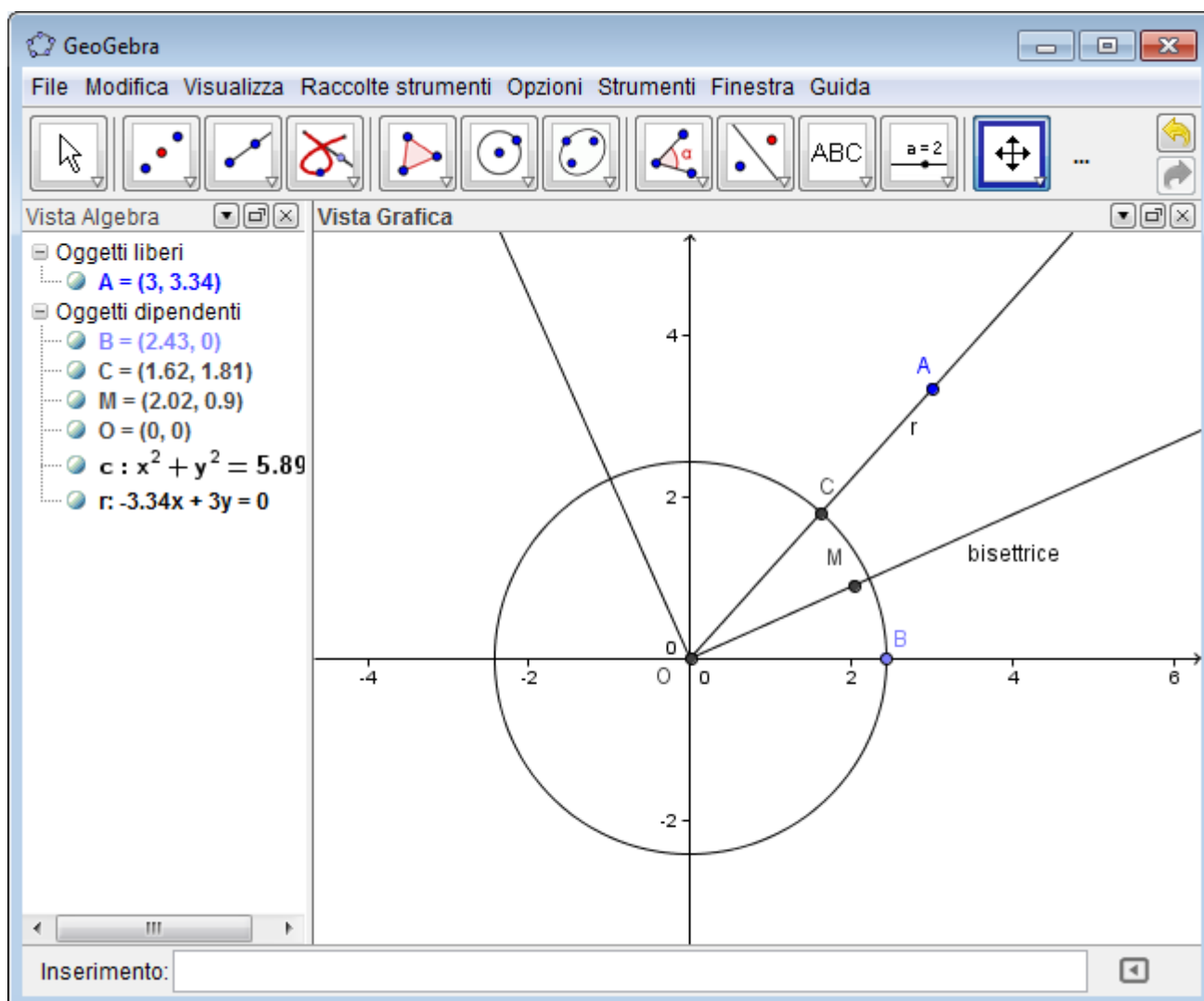
Bisettrice di un angolo

A7-7

Proprietà: è il luogo dei punti del piano equidistanti dai lati dell'angolo

Segue punto per punto una possibile costruzione:

1. Definisco una retta r passante per l'origine e un punto A fisso nel piano
2. Determino un punto B non vincolato sull'asse delle ascisse
3. Traccio una circonferenza con centro nell'origine passante per B
4. Determino il punto C di intersezione tra la circonferenza e la retta r
5. Determino il punto medio M tra i punti B e C



I luoghi geometrici con il software Open Source Geogebra

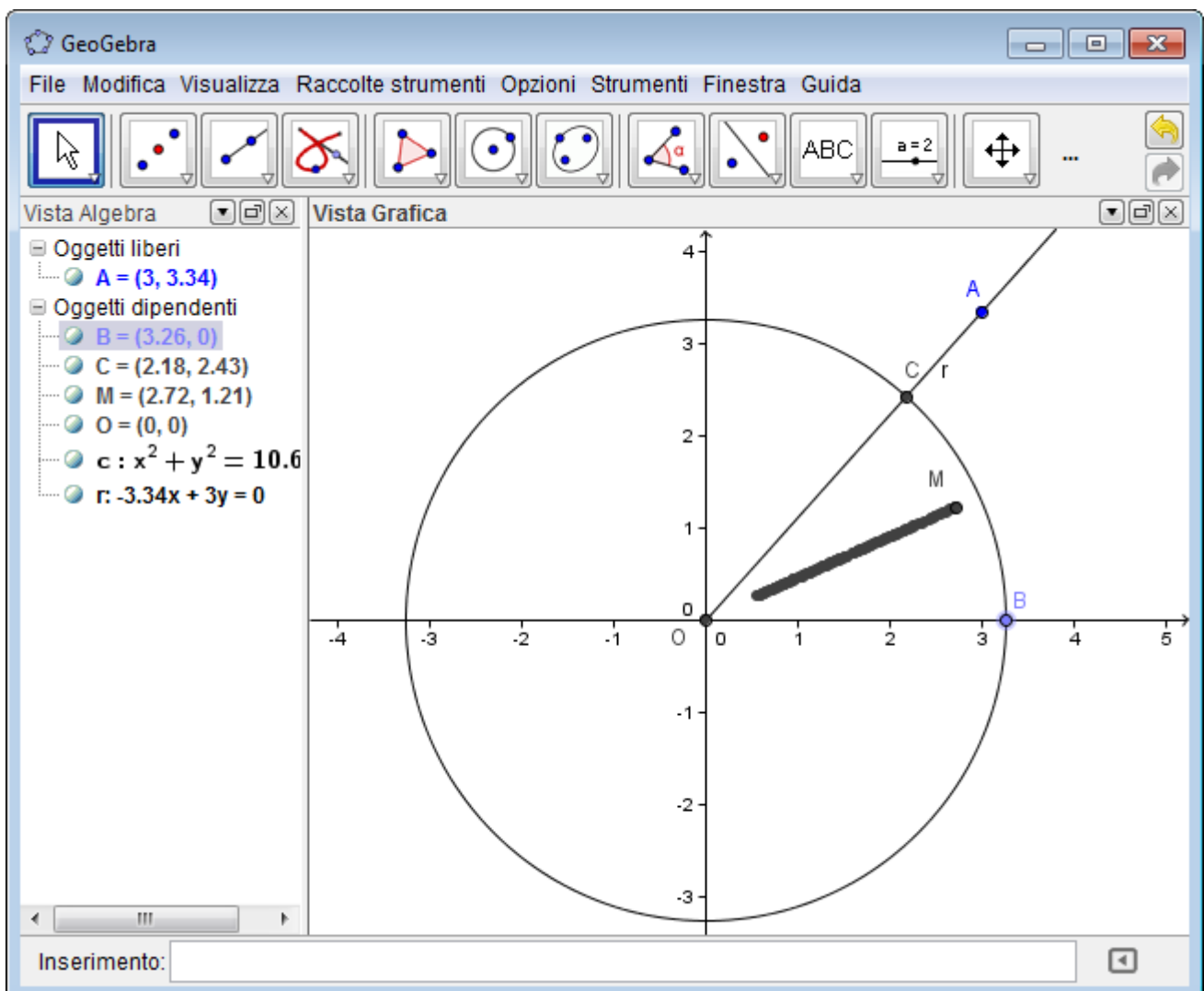
Prof. Baudo Corrado

6. Utilizzo lo strumento "luogo" per determinare il luogo geometrico generato dal punto medio M al variare del vertex B
7. -> ottengo la bisettrice dell'angolo compreso tra l'asse delle ascisse e la retta r. Perché? c'è un'ulteriore luogo "inaspettato"...che significato ha? Quali proprietà ha?...

Oss.

Facendo variare il punto B lungo l'asse delle ascisse dopo aver impostato l'opzione "traccia attiva" del punto stesso (click con il tasto destro sul punto -> dal menu pop-up -> "traccia attiva"...), si ottiene una costruzione "manuale" del luogo, utile allo studente per comprendere appieno il significato della definizione propria di bisettrice come luogo di punti che godono di una particolare proprietà...)

A7-8



Circonferenza

I luoghi geometrici con il software Open Source Geogebra

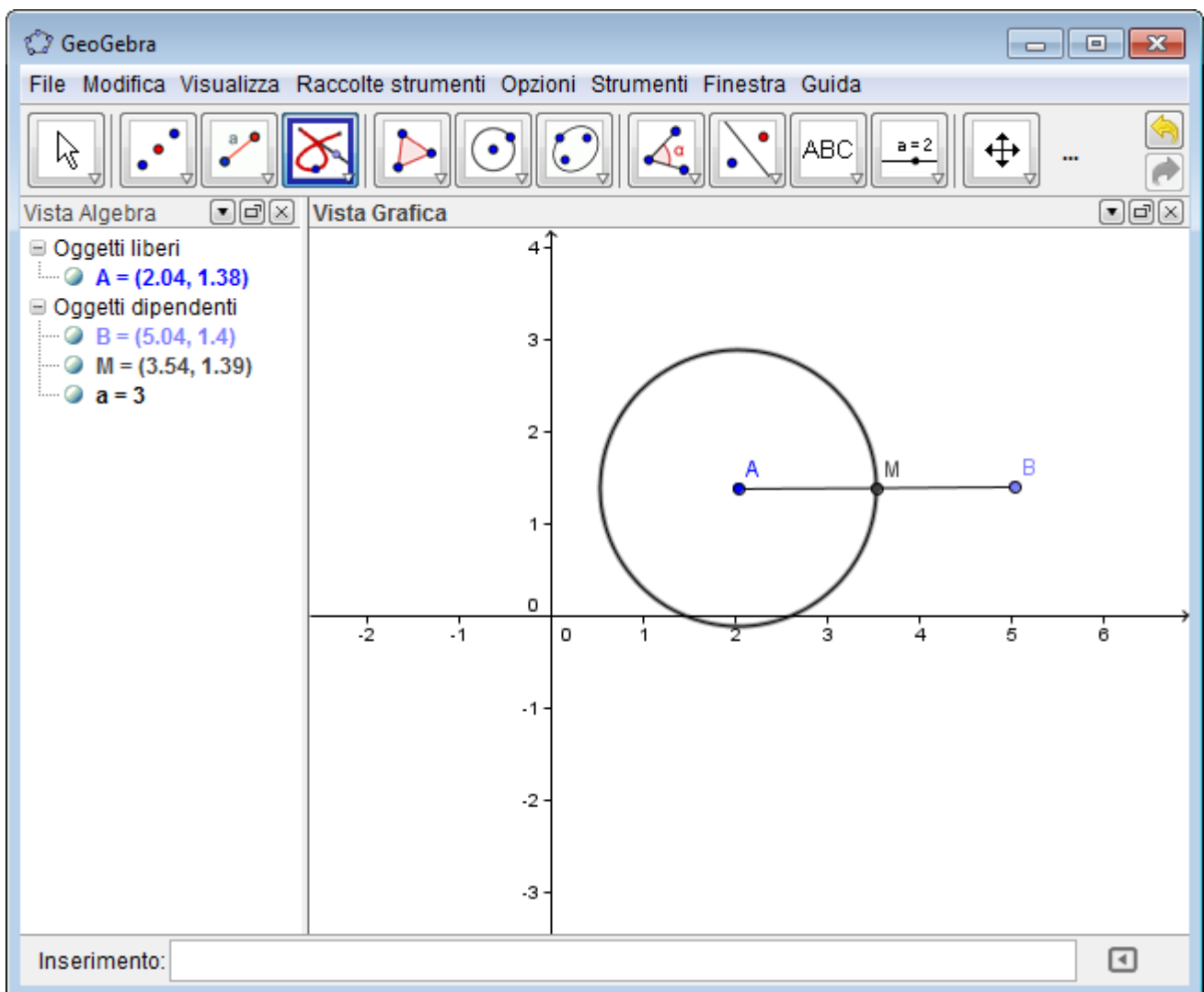
Prof. Baudo Corrado

Proprietà: luogo geometrico dei punti del piano equidistanti da un punto fisso detto centro

Come in precedenza seguiamo una costruzione punto per punto che riporto di seguito:

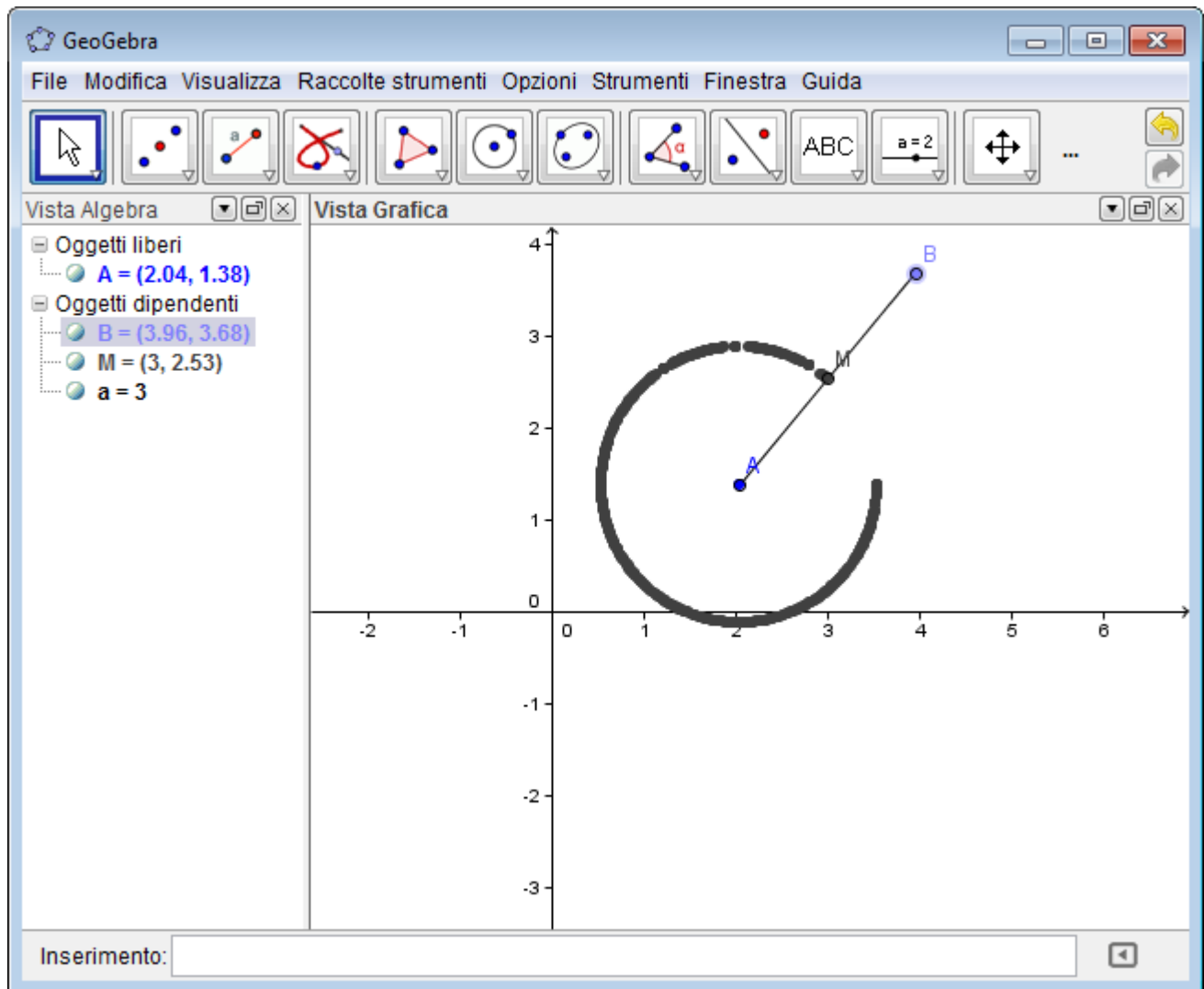
1. Fisso un punto A nel piano
2. Definisco un segmento con un vertice nel punto e lunghezza prefissata
3. Definisco il punto medio M tra i vertici A e B
4. Utilizzo lo strumento "luogo" per determinare il luogo geometrico generato dal punto medio M al variare del vertice B
5. -> ottengo una circonferenza. Perché? (da qui la definizione di "circonferenza" come "il luogo geometrico dei punti del piano equidistanti da un punto fisso detto centro")

A7-9



Oss.

Come per il caso della bisettrice, facendo variare il punto B, dopo aver impostato l'opzione "traccia attiva" del punto si ottiene una costruzione "manuale" del luogo, utile allo studente per comprendere appieno il significato della definizione propria di circonferenza come luogo di punti che godono di una particolare proprietà...)



A7-10

Parabola

Proprietà: luogo geometrico di tutti e solo i punti del piano equidistanti da un punto fisso, il fuoco, ed una retta, la direttrice

Seguiamo il seguente protocollo di costruzione:

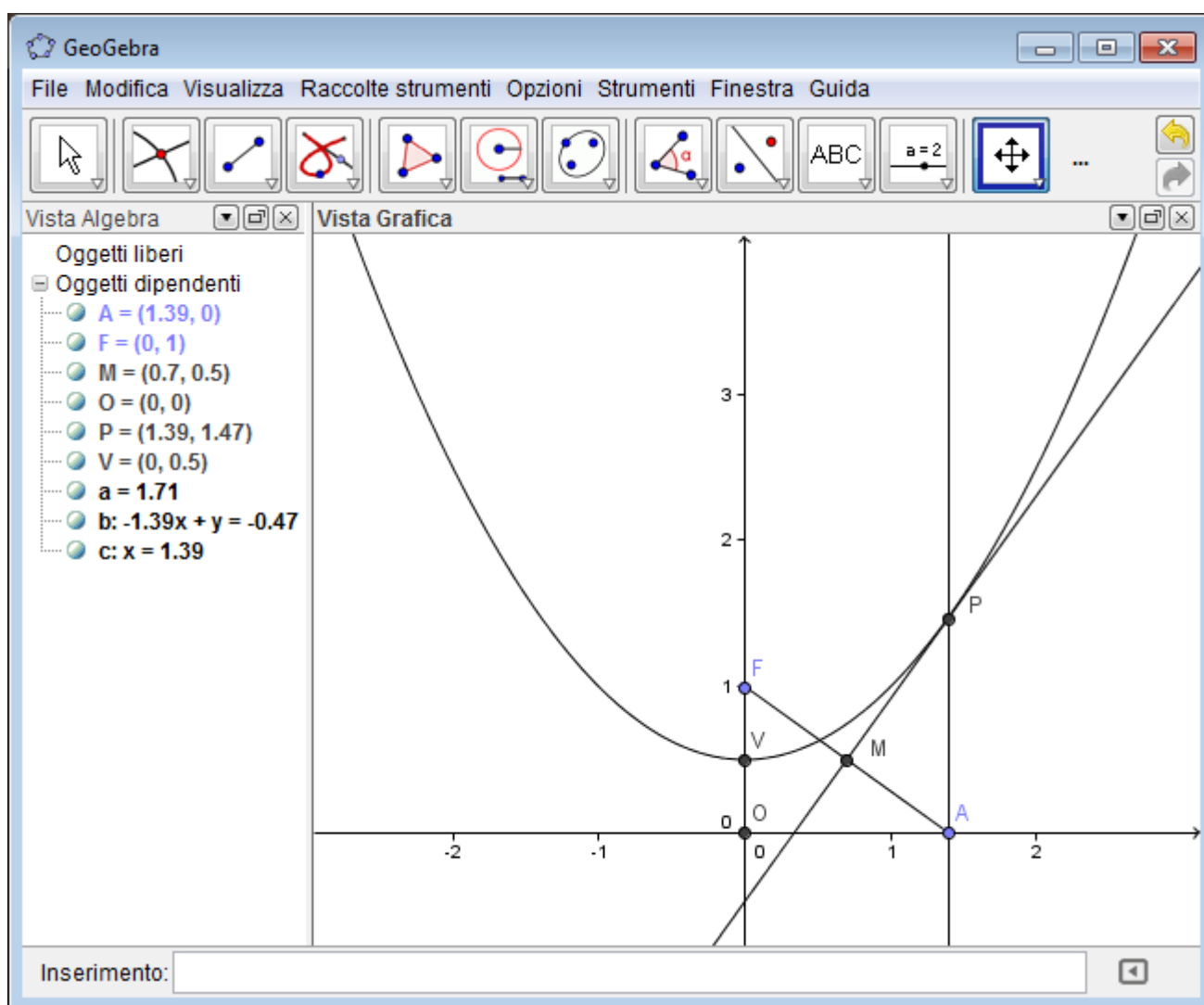
1. Per comodità di costruzione, senza nulla togliere in generalità sulla costruzione stessa, consideriamo come direttrice l'asse delle ascisse
2. Fissata la direttrice e il fuoco F sull'asse delle ordinate, come conseguenza della definizione di parabola come luogo geometrico che gode di una ben precisa proprietà, calcoliamo il punto medio V tra la direttrice ed il fuoco stesso; tale punto per costruzione risulta essere il vertice della parabola
3. Poniamo sull'asse delle ascisse (in questo caso la direttrice) il punto libero A e consideriamo la retta r perpendicolare all'asse delle ascisse passante per A

I luoghi geometrici con il software Open Source Geogebra

Prof. Baudo Corrado

4. Tracciamo il segmento $\overline{AF}$ e indichiamo con M il suo punto medio
5. Tracciamo la retta s perpendicolare al segmento $\overline{AF}$ passante per M
6. Il punto P, intersezione tra le rette r ed s è, per costruzione, equidistante dai punti A ed F (il triangolo $\hat{APF}$ è isoscele per costruzione)
7. Utilizziamo lo strumento "luogo" cliccando prima su P e poi su A e geogebra disegnerà il luogo richiesto perché il punto P soddisfa la proprietà $\Rightarrow$ P è un punto del luogo "parabola"

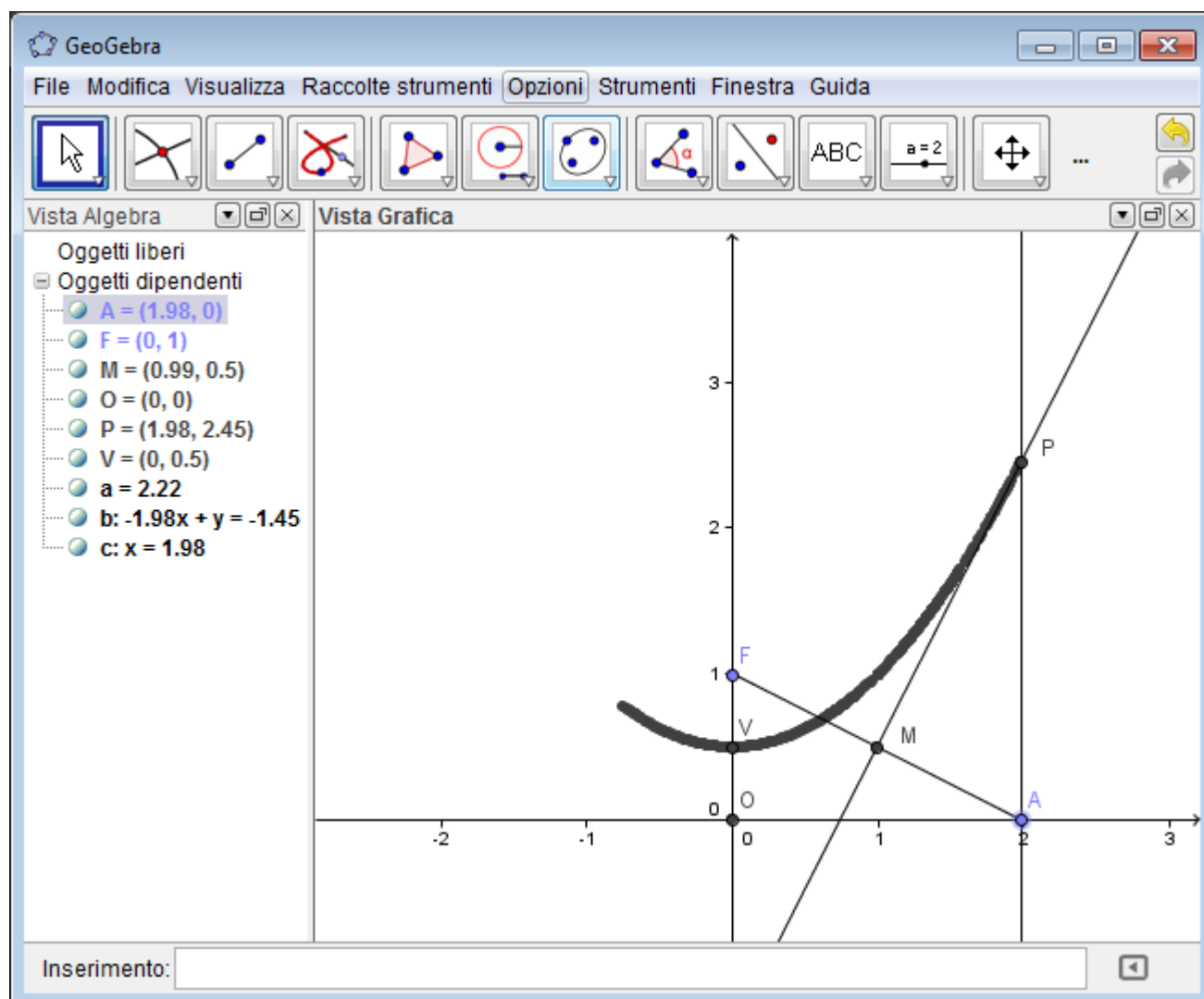
A7-11



Oss.

Come in precedenza, facendo variare il punto A, dopo aver impostato l'opzione "traccia attiva" del punto P si ottiene una costruzione "manuale" del luogo, utile allo studente per comprendere appieno il significato della definizione propria di parabola come luogo di punti che godono di una particolare proprietà...)

Prof. Baudo Corrado



A7-12

Conclusioni

Si lascia ai colleghi e ai loro studenti l'utilizzo di Geogebra per studiare i luoghi "Elisse" e "Iperbole" seguendo, se la riterranno d'aiuto, la traccia di questo documento. Ricordarsi il software è utile per esplorare ma non deve essere utilizzato per dimostrare postulati o teoremi; per fare ciò è necessario ricorrere ai "vecchi" sistemi...

Buon lavoro a tutti